1999 年浙江大学研究生数学分析考研试题

一、求极限 $Lim\dfrac{n(\sqrt[n]{n}-1)}{\ln n}(n\to\infty)$

二、在 xy 平面上求一点，使它到三条直线 $x=0, y=0$ 及 $x+2y-16=0$ 的距离平方和最小

三、计算二重积分 $\iint\limits_D xydxdy$，其中 D 由曲线 $x^2+y^2=x+y$ 所围城的区域

四、设 $f(x)$ 在 $x>0$ 时连续，$f(1)=3$，并且 $\int_1^{xy}f(t)dt=x\int_1^{y}f(t)dt+y\int_1^{x}f(t)dt$，$(x>0,y>0)$，试求函数 $f(x)$

五、设函数 $f(t)$在(a,b) 连续，若有数列 $x_n\to a, y_n\to a(x_n,y_n\in(a,b))$ 使 $\underrightarrow{Limf(x_n)}=A(n\to\infty)$及$\underrightarrow{Limf(y_n)}=B(n\to\infty)$，则对 A，B 之间的任意数$\mu$，可找到数列 $x_n\to a$，使得 $\underrightarrow{Limf(z_n)}=\mu$

六、设$0\le a_k<a,k=1,2,....,n$令$s_n=\sum\limits_{k=1}^{n}a_k$，证明不等式$\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{a_k}{1-a_k}\ge\dfrac{ns_n}{n-s_n}$

七、设函数 f 在 $[a,b]$上连续，且$f>0,$记$f_{vn}=f(a+v\delta_n),\delta_n=\dfrac{b-a}{n}$，试证明：$\underline{Lim}\sqrt[n]{f_{1n}f_{2n}\cdots f_{nn}}=\exp\{\dfrac{1}{b-a}\int_a^b\ln f(x)dx\}(n\to\infty)$ 并利用上述等式证明下式 $\dfrac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\ln(1-2r\cos x+r^2)dx=2\ln r\quad(r>1)$

八、从调和级数$1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n}+\cdots$中去掉所有在分母的十进表示中含数码 9 的项，证明由此所得余下的级数必定是收敛的