

五、(8分) 计算二重积分

## 华东师范大学

一九九九年攻读硕士学位研究生入学试题

考试科目: 高等数学(B)

专 业:

研究方向:

注意事项: 答卷封面需填写自己的准考证号码与试题一并交上。

第 页 共 3 页

## 一、填空题(每格3分, 共20格60分, 答案直接填在空格内)

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 1} + \sqrt[3]{n}}{\sqrt[4]{n^3 - n^2 - n}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

3. 设  $f(x) = \begin{cases} e^x + 1, & x < 0 \\ k, & x = 0 \\ \frac{\sin 2x}{x}, & x > 0 \end{cases}$ , 则当  $k = \underline{\hspace{2cm}}$  时,  $f(x)$  为连续函数.

4. 设  $f(x) = \int_0^x \frac{e^t + e^{-t} - 2}{\sin^2 t} dt$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

5. 当  $x \rightarrow 0$  时无穷小量  $\sin x - \tan x$  关于  $x$  的阶等于  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

6. 设  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ , 则  $f'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

7. 设方程  $e^y + xy - e = 0$  确定的隐函数为  $y = y(x)$ , 则  $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,

$\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=0} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 设  $\begin{cases} x = 2t - \cos t \\ y = 1 - \sin t \end{cases}$ , 则  $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=0} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{t=0} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 设  $f(x) = (x+1)^x + \arctan \ln x$ , 则  $df(x) \Big|_{x=1} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 设由方程  $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0$  确定隐函数  $z = z(x, y)$ , 则  $dz \Big|_{(0,1)} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

11.  $\int \frac{dx}{\sqrt{e^{2x} - 1}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12.  $\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{5-4x}} dx =$  \_\_\_\_\_.

13.  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{e^x} dx =$  \_\_\_\_\_.

14. 微分方程  $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} - x^2 = 0$  的通解为 \_\_\_\_\_.

15. 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n2^n}$  的收敛域为 \_\_\_\_\_.

16.  $\frac{1}{x}$  在  $x=2$  处的幂级数展开式为 \_\_\_\_\_.

17. 一元函数积分中值定理的条件为 \_\_\_\_\_, 结论为 \_\_\_\_\_.

二、(8分) 讨论函数  $y = x - \ln x^2$  的性质.(将讨论结果直接填在空格内)

1. 单调增加区间为 \_\_\_\_\_ 2. 单调减少区间为 \_\_\_\_\_.

3. 极值点为 \_\_\_\_\_, 它是极大值点还是极小值点, 答 \_\_\_\_\_, 极值等于 \_\_\_\_\_.

4. 向上凸区间为 \_\_\_\_\_ 向下凸区间为 \_\_\_\_\_.

5. 渐近线方程为 \_\_\_\_\_.

(注意: 以下各题的解题过程和答案都直接写在试题纸上)

三、(8分) 求微分方程  $y''e^{y'} = 1$  的通解.

四、(8分) 计算二重积分  $\iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} dx dy$ , 其中  $D$  是由半圆  $y = \sqrt{ax - x^2}$  与  $x$  轴所围成的区域.

五、(8分) 计算二重积分  $\iint_D |y - x^2| dx dy$ , 其中  $D$  是由直线  $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1$  所围成的区域.

六、(8分) 设有不经过原点的平面光滑曲线  $y = f(x)$ , 试证连接曲线上的点  $P$  与原点  $O$  的线段  $OP$  的长度为极大或极小时,  $OP$  即为曲线在点  $P$  处的法线.