

2014 年上海交通大学 840 运筹学与概率统计考研试题(回忆版)

本试题由 kaoyan.com 网友 yyj_yyh 提供

一、(20 分) 已知线性规划问题

$\min Z = CTX$ (这里的 CT 表示 C 的转置)

s. t. $AX \geq b, X \geq 0$

具有 n 个极点, 其中 C, b 分别是常数列向量, A 为系数矩阵, X 为解向量。

证明: 该线性规划问题的最优解必定出现在某极点上。

二、(35 分) 已知线性规划问题

$\text{Max} Z = c_1X_1 + c_2X_2 + c_3X_3$ s. t. $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \leq b_1$
 $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \leq b_2$ $a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \leq b_3$
 $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

为某企业消耗三种资源可获三种生产计划模型。经计算求得如下最终单纯性表, 其中 X_4, X_5, X_6 为松弛变量。

问题:

(1) 推算出原始规划模型中的未知系数 $a_{ij}, b_{ij}, c_j (i=1, 2, 3; j=1, 2, 3)$

(2) 据调查, 第一种资源的原始限量 b 估计时有误, 正确的估计量为 $12 + 6\mu$, 其中 μ 是待定参数。求 μ 值的范围, 使已确定的最优生产计划仍然可行。

(3) 现在原始模型中添加了 X_1, X_2, X_3 均为整数的要求, 请确定此时的最优生产计划。

三、(20 分)

某实验室拥有一台高精度超声诊断仪, 每天只能对外来客户进行一次检测服务, 假设服务及客户源都是无限的。已知客户按 Poisson 流到达, 平均每周收到 λ 次服务申请, 仪器检测时间服从指数分布, 每次检测费 P 元, 客户每等待一天的损失费为 C 元。

问题:

(1) 求使总期望损失最小的检测服务效率;

(2) 在总期望损失最小的服务效率下, 如果将服务强度固定为 α , 则可以利用检测费与客户等待损失费的比率对服务申请进行估算。请给出估算公式。

四、(20 分)

某区域地下排水管网系统如下图所示, 其中节点表示各下水道的入口。图上

所标记已是最大流，各弧所标第一位数表示弧的容量，第二位数表示弧的实际流量，该系统没有考虑自然降雨量。

问题：

现在考虑最大降雨量为 10，请画出此种情况下的网络图，并求出相应最大流。

五、（20 分）

某地区有 n 个常住居民，需要通过验血进行某种疾病普查，假设每个人的验血结果都是独立的，并且呈阳性的概率为 p ，呈阴性的概率为 $q=1-p$ 。为此设计了两种方案。

甲方案（不分组）：逐人采血、验血，共需验血 n 次。

乙方案（分组）：将 n 个人分成若干组，每组 k 个人。验血方法是将每一组的血液混合在一起，经过一次验血，如果验血结果呈阴性，表明该组通过检验，无需再验。反之，如果呈阳性，则需要对该组的血液再逐一检验。

问题：

(1) 请计算并比较甲、乙两种方案的人均验血次数。

(2) 在已知 q 的条件下，采用乙方案时，各组中的最佳人数应满足什么条件。

注：下列答题中可能用到的统计单位

$Z_{0.1}=1.282$; $Z_{0.05}=1.645$; $Z_{0.025}=1.960$; $P\{Z \leq 3.0\}=0.99865$; $P\{Z \leq 2.0\}=0.97725$; $P\{Z \leq 1.5\}=0.93319$; $P\{Z \leq -1.5\}=0.06681$

六、（20 分）

某种流行的软饮料灌装在 2000ml 的瓶子里销售。灌装过程中进入瓶子的饮料呈正态分布，均值是 2000ml，标准差是 20ml。

问题：

(1) 灌装过程中，起装量大于 60ml，溢出的饮料将引发机器故障，计算出此种机器故障发生的概率。

(2) 瓶子里少装 30ml 及其以上将判为不合格产品，计算不合格产品的概率。

(3) 现从一批产品中随机抽检 100 瓶饮料，平均灌装量 1997ml，请问在 0.1 的显著性水平下，该批产品是否合格。

七、（15 分）

某市估计有 25 万张交通卡需要经常性退卡，为减少退卡人的抱怨，公交企业需要设置退卡网点。假定每张交通卡的持有人相互独立，并且同时退卡的可能性是 10%。

问题：请计算回答，若以 95% 的把握保证退卡人不排队，至少需要多少个退卡点。

以上试题来自 kaoyan.com 网友的回忆，仅供参考，纠错请发邮件至 suggest@kaoyan.com。