

# 同济大学一九九九年硕士生入学考试试题

考试科目: 量子力学

编号: 161

答题要求: 要写出解题过程

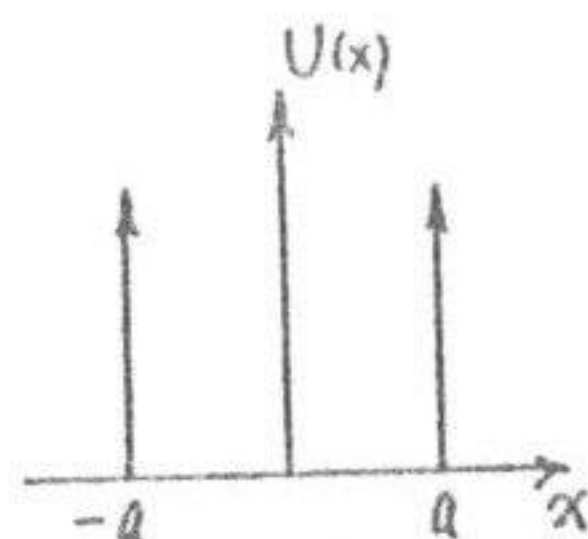
## 一、(本题24分)

- 1、试述波函数的统计解释和波函数应满足的三个条件。
- 2、在坐标表象中, 写出下列力学量对应的算符:  $r$ ,  $p$ ,  $E$
- 3、写出非简并定态微扰理论中能量的一级修正、二级修正和波函数的一级修正表达式。
- 4、试述: (1) 全同性原理, (2) 由费密子(或玻色子)组成的全同粒子体系的波函数的对称性, (3) 泡利不相容原理。

## 二、(本题20分) 一维空间中运动的单粒子, 质量为 $m$ , 势能为:

$$U(x) = \begin{cases} 0 & |x| < a \\ \infty & |x| \geq a \end{cases}$$

求单粒子的能量和波函数。



## 三、(本题20分) 对于两任意函数 $\psi$ 和 $\phi$ , 厄密算符 $\hat{F}$ 满足:

$$\int \psi^* \hat{F} \phi d\tau = \int (\hat{F} \psi)^* \phi d\tau, \quad (i)$$

设 $\hat{F}$ 为厄密算符, 有本征方程:

$$\hat{F} \phi_k = \lambda_k \phi_k, \quad (ii)$$

$$\hat{F} \phi_l = \lambda_l \phi_l, \quad (iii)$$

求证: (1).  $\lambda_k = \lambda_k^*$ . (2). 若 $\lambda_k \neq \lambda_l$ , 则  $\int \phi_k^* \phi_l d\tau = 0$

## 四、(本题20分) 算符 $\hat{F}$ 所代表的力学量在 $\psi$ 态的平均值为: $\overline{F} = \int \psi^* \hat{F} \psi d\tau$

若一维单粒子处于状态(已归一化):  $\psi(x) = \left(\frac{1}{2\pi A^2}\right)^{1/4} \exp\left(\frac{i}{\hbar} P_0 x - \frac{x^2}{4A^2}\right)$ , 其中 $A$ ,  $P_0$ 为常数,  $x$ 的定义域从 $-\infty$ 到 $+\infty$ , 求:

(1).  $\overline{x}$ 和 $\overline{x^2}$ .

(2).  $\overline{p_x}$ 和 $\overline{p_x^2}$ .

(3). 计算测不准关系:  $\overline{(\Delta x)^2} \cdot \overline{(\Delta p_x)^2} = ?$

(积分公式:  $\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-ax^2) dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$ ,  $\int_{-\infty}^{+\infty} x^{2n} \exp(-ax^2) dx = \frac{(2n-1)!!}{2^n a^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$ )

## 五、(本题16分) 泡利矩阵:

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(1). 证明:  $\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_z = i$ .

(2). 求 $\hat{\sigma}_z$ 的本征值和所属的本征函数。