

北京航空航天大学

一九九九年  
招收研究生

题单号:391

## 数学分析 试题 (共2页)

### 一、(本题共12分,每小题6分)计算极限

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{a^x + b^x + c^x}{3} \right)^{\frac{1}{x}} \quad (a, b, c > 0)$$

$$2. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^3 + y^3)}{x^2 + y^2}$$

### 二、(本题12分)

$W = f(x, y, u)$ , 其中  $f$  具有连续的二阶偏导数,  $u = u(x, y)$  由方程  $u^5 - 5xy + 5u = 1$  所确定, 求  $\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}$ 。

### 三、(本题10分)

将函数  $f(x) = \ln(1 + x + x^2 + x^3)$  展成  $x$  的幂级数, 并求其收敛域。

### 四、(本题12分)用两种方法计算

$$I = \iint_{\Sigma} x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy, \text{ 其中 } \Sigma \text{ 为 } \begin{cases} x^2 + y^2 = z \\ 0 \leq z \leq h \end{cases} \text{ 外侧。}$$

### 五、(本题10分)

计算球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ , 位于柱体  $x^2 + y^2 \leq x$  之内的面积。

第391—1页

六、(本题 12 分)

求级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$  的收敛域及和函数。

七、(本题 10 分)

设  $f(x)$  在  $x \geq 1$  非负、单减, 求证级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \left[ f(n) - \int_n^{n+1} f(x) dx \right]$  收敛。

八、(本题 10 分)

设  $f(x) \in C[0, a]$ ,  $\begin{cases} f_1(x) = f(x) \\ f_{n+1}(x) = \int_0^x f_n(t) dt, \end{cases} n=1, 2, 3, \dots; x \in [0, a],$   
求证函数列  $\{f_n(x)\}$  在  $[0, a]$  上一致收敛。

九、(本题 12 分)

证明函数  $f(x) = \frac{|\sin x|}{x}$  在每个区间  $J_1 = \{x | -1 < x < 0\}$  及  $J_2 = \{x | 0 < x < 1\}$  内一致连续, 但在  $J_1 + J_2 = \{x | 0 < |x| < 1\}$  非一致连续。