电子科技大学

2010年硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：688 高等数学

注：所有答案必须写在答题纸上，做在试卷或草稿纸上无效。

一、选择题（每小题4分，共32分，只有一项符合题目要求）

1. 下列命题正确的是 ……………………………………………………（　　）.

（A）无穷大量必为无界变量；　（B）无穷大量与有界变量之积仍为无穷大量；

（C）无界变量必为无穷大量；　（D）有限多个无穷大量之和仍为无穷大量.

2. 设 $\alpha(x)=\int_0^{\sin x}t^2\mathrm{d}t$，$\beta(x)=x^3+x^4$，则当 $x\to 0$ 时，$\alpha(x)$ 是 $\beta(x)$ 的 …（　　）.

（A）等价无穷小；（B）同阶非等价无穷小.（C）高阶无穷小；（D）低阶无穷小.

3. 设 $f(x)=\begin{cases}2x, & x<1\\ x^2, & x\ge 1\end{cases}$，则 $f'(1)$ ……………………………………（　　）

（A）等于0；　（B）等于1；　（C）等于2；　（D）不存在.

4. 设 $f(x)$ 连续，则 $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\int_0^x t f(x^2-t^2)\mathrm{d}t\right)=$ ……………………………（　　）

（A）$xf(x^2)$；　（B）$-xf(x^2)$；　（C）$2xf(x^2)$；　（D）$-2xf(x^2)$.

5. $\int_e^{e^2}\dfrac{1}{x\ln^2 x}\mathrm{d}x=$ ……………………………………………………（　　）

(A) $-\dfrac{1}{2}$；　(B) 0；　(C) $\dfrac{1}{2}$；　(D) 1

6. 二元函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2}, & (x,y)\ne(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0),\end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处 ……………（　　）

（A）连续，偏导数存在；　（B）连续，偏导数不存在；

（C）不连续，偏导数存在；　（D）不连续，偏导数不存在.

7. 设 $z=f(x,xy)$，f 具有连续二阶偏导数，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$ ………………（　　）

（A）$xf_{12}+xyf_{22}$；（B）$xf_{12}+xyf_{22}+f_2$；（C）$yf_{12}+xyf_{22}+f_2$；（D）$xf_{12}+yf_{22}+f_2$.

8. 设级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，则必收敛的级数为 ……………………………………（　　）

（A）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{u_n}{n}$；　（B）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n^2$；　（C）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_{2n-1}-u_{2n})$；　（D）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+u_{n+1})$.

二、填空题（每小题4分，共24分）：

9. 设 $f(x)=\dfrac{\ln x}{\sin\pi x}$，则 $f(x)$ 的可去间断点是 $x=$ ________.

10. 设函数$y=\ln(1+x)$，则n阶导数$y^{(n)}=$______________.

11. 设函数$f(x)$连续，且$f(x)=x+2\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$，则$f(x)=$______________.

12. 全微分$\mathrm{d}\left(x^y\right)=$______________.

13. 交换积分次序：$\int_0^1 \mathrm{d}x\int_x^{2x} f(x,y)\,\mathrm{d}y=$______________.

14. 曲线$y=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$上相应于$0\le x\le 1$的一段弧长等于______________.

三、解答题（共94分）:

15. （10分）设函数$y=y(x)$由方程$(x-1)e^y-y=1$确定，求$\left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=1};\left.\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=1}$.

16. （10分）已知$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-a}{x+a}\right)^x=\int_a^{+\infty}4x^2e^{-2x}\mathrm{d}x$，求常数$a$的值

17. (12分) 过点$(0,-1)$作抛物线$y=x^2$ $(x\ge 0)$的切线，该切线与上述抛物线及x轴围成一平面图形D，试求：(1) 平面D的面积S；

(2) 平面图形D分别绕x轴与y轴旋转一周所得旋转体的体积V_x与V_y.

18. (12分) 求微分方程 $y''-2y'+y=-e^x$满足初值条件$y(0)=0,y'(0)=0$的特解.

19. (10分) 过点$(2,0,0)$引球面$x^2+y^2+z^2=1$的切线，求由全部切线组成的曲面方程..

20. (10分) 设曲线积分$\int_L x^2y\,\mathrm{d}x+y\varphi(x)\,\mathrm{d}y$与路径无关，其中$\varphi(x)$具有连续的导数，且$\varphi(0)=0$，计算$\int_{(0,0)}^{(1,1)}x^2y\mathrm{d}x+y\varphi(x)\,\mathrm{d}y$的值

21. (10分)计算曲面积分$\iint\limits_S x^3\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y^3\,\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(z^3+z^5+1)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$S$为下半球面$z=-\sqrt{R^2-x^2-y^2}$的下侧.

22. (10分) 设$a_1=2,\ a_{n+1}=\frac{1}{2}\left(a_n+\frac{1}{a_n}\right),(n=1,2,\cdots)$，证明：

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n$存在；　(2)级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}-1\right)$收敛.

23. (10分) 设函数$f(x)$在$[0,1]$上二阶可导，且$f(0)=\frac{1}{2},\ f(1)=1,\ f'(1)>1,$，证明：在$(0,1)$内至少存在一点$\xi$，使得$f'(\xi)=1$.