14

四川大学

2001 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：数学（高等数学、线性代数）

科目代号：347#

适用专业：无线电物理

（试题共 2 页）

（请将试题附在考卷内交回）

注意：请勿在试题上答题，否则后果自负。

一、填空题（本题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

（1）设 $\phi(x)$ 在 $x=a$ 点连续，且 $f(x)=|x-a|\phi(x)$ 在 a 处可导，则 $\phi(a)=($ $)$。

（2）平面 $Ax-By+6z=2$ 与直线 $\frac{x-2}{2}=\frac{y+5}{-4}=\frac{z+1}{3}$ 垂直，则 $A=($ $)$；$B=($ $)$。

（3）已知四阶矩阵 A 的特征值为 $1,-2,3,-4$，则 $|A|=($ $)$，$\mathrm{tr}A=($ $)$。

（4）设 $\overrightarrow{A}=(2z-3y)i+(3x-z)j+(y-2x)k$，则 $div\overrightarrow{A}=($ $)$；$rot\overrightarrow{A}=($ $)$。

二、单项选择题（本题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

（1）当 $x\to 0$ 时，变量 $\frac{1}{x^2}\sin\frac{1}{x}$ 是（ ）

(A) 无穷小 (B) 无穷大

(C) 有界的，但不是无穷小 (D) 无界的，但不是无穷大。

（2）设函数 $f(x)$ 在开区间 (a,b) 内可导，且 $a<x_1<x_2<b$，则至少有一点 ξ，使得下列等式成立的是（ ）。

(A) $f(b)-f(a)=f'(\xi)(b-a)$ $\xi\in(a,b)$ (B) $f(b)-f(a)=f'(\xi)(x_2-x_1)$ $\xi\in(x_1,x_2)$

(C) $f(x_2)-f(x_1)=f'(\xi)(x_2-x_1)$ $\xi\in(a,b)$ (D) $f(x_2)-f(x_1)=f'(\xi)(x_2-x_1)$ $\xi\in(x_2,x_1)$。

（3）设函数 $\Phi(x)=\int_0^{x^2}te^{-t}dt$，则 $\Phi'(x)=($ $)$

(A) xe^{-x} (B) $-xe^{-x}$

(C) $2x^3e^{-x^2}$ (D) $-2x^3e^{-x^2}$。

（4）设以下空间曲线积分与路径无关：$\int_C Pdx+Qdy+Rdz$，其中 $P=xz+ay^2+bz^2,Q=xy+az^2+bx^2,R=yz+ax^2+by^2$，则（ ）成立。

(A) $a=b=\frac{1}{2}$ (B) $a=b=0$

(C) $a=1,b=\frac{1}{2}$ (D) $a=\frac{1}{2},b=0$.

三. 计算下列各题（本题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

（1） $\lim_{x\to 0}\frac{\ln\cos x}{x^2}$.

（2）设 $x=\ln(1+t^2), y=t-\arctan t$. 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

（3） $\int \sin\sqrt{x}dx$

（4）设 $z=f(x,y)$ 满足 $e^{-xy}-2z+e^z=0$, 求全微分 dz.

（5） $\iiint_\Omega z\sqrt{x^2+y^2}$. 其中 Ω 为柱面 $y=\sqrt{2x-x^2}$ 及 $z=0, z=a(a>0), y=0$ 平面所围成的区域.

（6） $\oint_L(2xy-2y)dx+(x^2-4x)dy$, 其中 L 为取正向的圆周 $x^2+y^2=9$.

四. 设有底为 6 米，高为 2 米的等腰三角形闸板铅直倒置于水中（设水比重为 1）底与水面平齐，求水对它的压力。（本题满分 7 分）

五. 求面密度为 $\mu=z$ 的抛物面壳 $z=\frac{1}{2}(x^2+y^2)$ $(0\le z\le 1)$ 的质量。（本题满分 8 分）

六. 在半径为 R 的圆形广场中心挂一灯，问要挂多高，才能使广场周围的路上照得更亮？（灯光的亮度与光线投射角的余弦成正比，与光源距的平方成反比，而投射角是经过灯所作垂直于地面的直线与光线所夹的角）（本题满分 7 分）

七. 已知力场 $\vec{F}=(y,x)$，问将单位质点从原点沿直线移到曲线 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的第一象限那部分上，终点为何点时力场 $\vec{F}$ 作功最大，并求此最大的功。（本题满分 10 分）

八. 设 $\alpha_1=(1,1,1), \alpha_2=(1,2,3), \alpha_3=(1,3,t)$，（1）问当 t 为何值时，向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关？（2）问当 t 为何值时，向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性相关？（3）当向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性相关时，将 α_3 表示为 α_1 和 α_2 的线性组合。（本题满分 10 分）