

## 四川大学

7

2002年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目: 高等数学(微积分、级数)

科目代码: 341#

理论物理、凝聚态物理、光学

适用专业: 粒子物理与原子核物理

微电子学与固体电子学

(试题共 3 页)

(答案必须写在试卷上, 写在试题上不给分)

一. 填空题(在括号内填上正确答案. 每小题3分共15分)

1. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \text{ 时} \\ ax+b, & x > 1 \text{ 时} \end{cases}$

若使  $f(x)$  在点  $x=1$  处可导, 则应有  $a = ( \quad )$ ,  $b = ( \quad )$ .2. 设  $D$  是由曲线  $x^2 + y^2 = a^2$  所围成的平面区域, 则积分

$$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy = ( \quad )$$

3. 由方程  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + xy - z - 9 = 0$  确定的隐函数  $z = z(x, y)$ 有一阶连续偏导数, 则  $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right|_{\substack{x=1 \\ y=-2}} = ( \quad )$ 4. 无穷级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (1 - \cos \frac{\theta}{n})$  (其中常数  $\theta > 0$ ) 是收敛的还是发散的 (  $\quad$  )5. 要使直线  $x - 2y + z - 9 = 0$ ,  $3x + By + z + D = 0$  在  $xOy$  平面上, 应有系数  $B = ( \quad )$ ,  $D = ( \quad )$ 

二. 单项选择题(将正确的选择的序号写在括号内. 每小题3分, 共15分)

1. 以下各极限中不存在的是 (  $\quad$  )

(A)  $\lim_{x \rightarrow 0} (x \sin \frac{1}{x})$

(B)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x \sin \frac{1}{x})$

(C)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x \cos \frac{1}{x})$

(D)  $\lim_{x \rightarrow 0} (x \cos \frac{1}{x})$



2. 点  $(1, 3)$  是曲线  $y = ax^3 + bx^2$  的拐点, 则  $a, b$  是 ( )

(A)  $a = -\frac{3}{2}, b = \frac{9}{2}$  (B)  $a = \frac{3}{2}, b = \frac{9}{2}$

(C)  $a = \frac{2}{3}, b = -\frac{9}{2}$  (D)  $a = \frac{2}{3}, b = -\frac{2}{9}$

3. 设  $f(x)$  为已知函数且连续,  $I = t \int_0^{\frac{s}{t}} f(tx) dx$ , 其中

$t > 0, s > 0$ , 则积分  $I$  的值 ( )

(A) 依赖于  $s$  和  $t$

(B) 依赖于  $s, t, x$

(C) 依赖于  $t$  和  $x$ , 不依赖于  $s$

(D) 只依赖于  $s$ , 不依赖于  $t$

4. 下列函数中, 为二阶微分方程通解的是 ( ) [其中  $c_1, c_2, c_3$  为任意常数]

(A)  $x^2 + y^2 = C$

(B)  $y = \ln(c_1 x) + \ln(c_2 x)$

(C)  $y = c_1 x^2 + c_2 x + c_3$

(D)  $y = c_1 \sin^2 x + c_2 \cos^2 x$

5. 设曲线  $L$  是任意不经过  $y=0$  的  $D$  内的曲线, 为使曲线积分

$$\int_L \frac{x}{y} (x^2 + y^2)^\alpha dx - \frac{x^2}{y^2} (x^2 + y^2)^\alpha dy$$

与路径无关, 则  $\alpha =$  ( )

(A)  $-\frac{1}{2}$

(B)  $-\frac{1}{3}$

(C)  $\frac{5}{2}$

(D)  $\frac{3}{2}$

### 三. 计算题与应用题 (共 70 分)

1. (6分) 求极限  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{e^{\frac{1}{x}} + e^{\frac{2}{x}} + e^{\frac{3}{x}}}{3} \right)^{3x}$

2. (6分) 由方程  $y + e^y = x$  所确定的隐函数  $y = y(x)$  有二阶导数, 求  $\frac{d^2 y}{dx^2}$

3. (6分) 计算定积分  $I = \int_0^1 \frac{\arctan e^x}{e^x} dx$

4. (6分) 将函数  $f(x) = \ln(1+x)$  展为  $(x-2)$  的幂级数

5. (8分) 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{(n+1)2^n}$  的收敛域及和函数



6. (8分) 求过两点  $(0, 0)$ 、 $(1, 2)$ , 对称轴平行于  $y$  轴, 图形凸, 它与  $x$  轴围成的面积最小的抛物线.

7. (6分) 设函数  $z = \frac{1}{y} f(xy) + x f\left(\frac{y}{x}\right)$ , 其中  $f$  具有  $n$  阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

8. (8分) 设  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内有连续的导数, 求曲线积分

$$\int_L \frac{1+y^2 f(xy)}{y} dx + \frac{x}{y^2} [y^2 f(xy) - 1] dy$$

其中  $L$  是从点  $A(3, \frac{2}{3})$  到点  $B(1, 2)$  的直线段

9. (8分) 设  $\Sigma$  为曲面  $z = x^2 + y^2$ ,  $(0 \leq z \leq 1)$ . 计算重积分

$$\iint_{\Sigma} |xyz| dS.$$

10. (8分) 设  $f(x) = \sin x - \int_0^x (x-t) f(t) dt$ , 其中  $f$  为连续函数. 求  $f(x)$