

四川大学

27a

2003年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目: 数学

科目代码: 313#

适用专业: 计算机系统结构、计算机软件与理论
计算机应用技术

(试题共 4 页)

(答案必须写在答卷纸上, 写在试题上不给分)

一. 填空题 (每小题 5 分, 共 25 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 \sqrt{x}}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 设 $\int f(x) dx = \sin x^2 + c$, 则 $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 设函数 $y = y(x)$ 的图像过点 $(0, -1)$ 的切线为 $2x - y + 1 = 0$, 且 $y(x)$ 满足 $y'' = 6x$, 则此函数为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

4. 若矩阵 A 既是对称矩阵, 又是反对称矩阵, 则 A 一定是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 矩阵.

5. 设随机变量 X 的密度函数为 $p(x) = \begin{cases} C \sin x, & x \in [0, \pi] \\ 0, & \text{其它的 } x, \end{cases}$ 则常数 $C = \underline{\hspace{2cm}}.$

二. 选择题 (每小题 5 分, 共 25 分)

1. 设 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0. \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处 ()

- (A) 无极限 (B) 不连续 (C) 连续但不可导
(D) 可导

2. 设有 $y = x - \frac{1}{2} \sin x$, 则 $\frac{dx}{dy} = (\quad)$

- (A) $1 - \frac{1}{2} \cos y$ (B) $1 - \frac{1}{2} \cos x$
(C) $\frac{2}{2 - 2 \cos y}$ (D) $\frac{2}{2 - \cos x}$

3. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 3^n}$ 的收敛域是 ()

- (A) $[-3, 3]$ (B) $[-3, 3]$
(C) $(-3, 3)$ (D) $[0, 6)$

4. 函数 $z(x, y)$ 在点 $M_0(x_0, y_0)$ 的二个偏导数存在是 $z(x, y)$ 在 M_0 可微的 () 条件.

- (A) 充分而不必要 (B) 必要但不充分
(C) 充分必要 (D) 既不充分也不必要

5. 设 A 是 n 阶方阵, k 是常数; 若 $|A| = a$, 则 $|kAA^T| = (\quad)$ (A^T 是 A 的转置矩阵)

- (A) ka^2 (B) k^2a
(C) k^2a^2 (D) $k^n a^2$

三. 计算与应用题 (每小题 10 分, 共 80 分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^x (e^t + e^{-t} - 2) dt}{1 - \cos x}$

2. 设 $z = f(u)$ 且 $u = u(x, y)$ 满足方程 $u = y + x\varphi(u)$, 其中 f, φ 可导, 证明: $\frac{\partial z}{\partial x} - \varphi(u)\frac{\partial z}{\partial y} = 0$.
3. 求曲面 $z = 2x^2 + \frac{1}{2}y^2$ 上平行于平面 $2z + 2y - 4x + 1 = 0$ 的切平面方程, 并写出切点处的法线方程.
4. 计算半径为 1, 密度函数 $\rho(x, y, z) = x^2 + y^2$ 的球体质量.
5. 表达式 $e^x[e^y(x-y+2)+y]dx + e^x[e^y(x-y)+1]dy$ 是否为某个二元函数 $u(x, y)$ 的全微分, 如果是则求出此函数.
6. 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} z(1-x^2)dydz + 8xydzdx - 4xzdx dy$ 其中 Σ 是曲线 $x = e^y$ ($0 \leq y \leq a$) 绕 x 轴旋转一周而成的旋转曲面的外侧.
7. 当 λ 取何值时, 线性方程组
$$\begin{cases} (\lambda+1)x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + (\lambda+1)x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + (\lambda+1)x_3 = \lambda \end{cases}$$
 - ① 无解. ② 有唯一解 ③ 有无穷多解? 且在有无穷多解时, 求出其全部解.
8. 设三阶矩阵 A 的特征值为 1, -1, 2, 又设 $B = 3A^{-1}$, 求 (1) B 的特征值; (2) 与 B 相似的对角阵; (3) 行列式 $|B|$.

四. 证明题 (每小题10分, 共20分)

1. 证明: $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} e^y f(x) dx = \int_0^1 (e - e^{x^2}) f(x) dx.$

2. 设 A, B 均为 n 阶矩阵, 证明 $A+B$ 也为 n 阶矩阵.