

四川大学

2003 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目: 量子力学

科目代码: 444#

适用专业: 理论物理、粒子物理与原子核物理、
核技术及应用

(试题共 3 页)

(答案必须写在答卷纸上, 写在试题上不给分)

一. 简要回答下列问题 (30 分)

1. 设粒子处于动量为 p_0 的本征态, 写出其在坐标表象和动量表象中波函数的表达式
2. 写出一维平面波 $\psi(x) = A e^{ikx}$ 的几率密度和几率流密度
3. 利用基本对易关系式证明 $[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar \hat{L}_z$

二. 判断下列表述的正误, 并简述理由 (30 分)

1. 与德布罗意波相联系的粒子的波速可由 $v_p = \frac{c^2}{v}$ 给出, 式中 c 为光速, v 是粒子的速度
2. 波函数 $\psi(x, t) = e^{\frac{i}{\hbar}(p_x x - Et)} + e^{\frac{i}{\hbar}(-p_x x - Et)}$ 是动量算符的本征态
3. 下面两个算符既是线性算符, 又是厄米算符
① $\hat{L} = \hat{L} \times \hat{p}$ ② $\hat{x} \hat{p}_x$
4. 一维谐振子无论处于哪一个定态, 它的动量都没有确定值

8

5. He 有两种同位素. He^3 和 He^4 , 由 He^3 组成的系统和由 He^4 组成的系统分别遵从费密统计和玻色统计
三. (20分)

设粒子在一维谐振子势中运动 $\psi(x, 0) = \sum_n c_n \varphi_n(x)$

其中 φ_n 是原子能量 E_n 的本征态, 试求: 若 $c_0 = \frac{2}{\sqrt{6}}, c_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$, 其余 $c_n = 0$ 时

1. 在该态中能量的平均值 2. 在该态中 x^2 的平均值

3. $\psi(x, t) = ?$

四. (20分)

在由 φ_1, φ_2 和 φ_3 为基的表象中

$$H_0 = \hbar \omega \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix} \quad H = \hbar \omega \begin{bmatrix} a & \sqrt{3}i & 2i \\ -\sqrt{3}i & a & i \\ -2i & -i & b+c \end{bmatrix}$$

其中 a, b, c 为不同的实数, 试用微扰法求体系能级 (简并的求至一级修正, 非简并的求至二级修正)

五. (15分)

一电子处在沿 z 轴正向的均匀磁场 B 中运动, $t=0$ 时电子自旋沿 x 轴正向极化, 即处于 $S_x = \frac{\hbar}{2}$ 的状态

求 $t>0$ 时, 发现电子处于下列状态的概率

$$(1) S_x = \frac{\hbar}{2} \quad (2) S_x = -\frac{\hbar}{2} \quad (3) S_z = -\frac{\hbar}{2} \quad (S_z = -\frac{\hbar}{2})$$

六. (15分)

碱金属原子处于沿 z 方向的外磁场 B 中. 微扰哈密顿量为 $H' = H'_{LS} + H'_B$ 其中 $H'_{LS} = \gamma(r) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$, 若外磁场很弱时, 哪些力学量是守恒力学量, 应采取什么样的零级波函数

第2页 可设微扰计算简单, 为什么?

七. (20分)

两个电子同处于一维无限深势阱 $0 < x < a$ 中. 试写出
该电子体系的基态波函数和第一激发态波函数, 其能级简并否?
(单电子的定态波函数和归一化波函数可用 φ_n 和 x_+ 或 x_-
表示.)