

# 四川大学

## 2004 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目: 数学 (高数、线性代数)

科目代码: 3724

适用专业: 无线电物理、电路与系统、电磁场与微波技术

(试题共 4 页)

(答案必须写在答题纸上, 写在试题上不给分)

### 一. 选择题 (每小题 5 分, 共 25 分)

1. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处, 则 ( )

(A) 左导数不存在.

(B) 右导数不存在

(C) 不可导

(D)  $f'(0) = 1$

2. 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$  的敛散性为 ( )

(A) 绝对收敛

(B) 条件收敛

(C) 发散.

(D) 无法判别

3. 设  $\vec{c} = (\vec{b} \times \vec{a}) - \vec{b}$ , 则有 ( )

(A)  $\vec{a}$  垂直于  $\vec{b} + \vec{c}$

(B)  $\vec{a}$  平行于  $\vec{b} + \vec{c}$

(C)  $\vec{b}$  垂直于  $\vec{c}$

(D)  $\vec{b}$  平行于  $\vec{c}$ .

4. 设向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性无关, 则下列向量组中 ( ) 是线性无关的:

(A)  $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$

(B)  $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_3$

(C)  $\alpha_1 + 2\alpha_2, \alpha_2 + 2\alpha_3, \alpha_3 + \alpha_1$

(D)  $\alpha_1 + \alpha_2, 2\alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + 3\alpha_2 + \alpha_3$



5. 设  $f(x, y)$  为连续函数, 则二重积分  $\int_{-1}^0 dx \int_{x+1}^{\sqrt{1+x^2}} f(x, y) dy$  交换次序后为 ( )

(A)  $\int_0^1 dy \int_{-1}^{y-1} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_{-1}^{\sqrt{y^2-1}} f(x, y) dx$

(B)  $\int_0^1 dy \int_{-1}^{y-1} f(x, y) dx$

(C)  $\int_0^1 dy \int_{-1}^{y-1} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_{-1}^{-\sqrt{y^2-1}} f(x, y) dx$

(D)  $\int_0^2 dy \int_{-1}^{\sqrt{y^2-1}} f(x, y) dx$

二. 填空题 (每小题 5 分, 共 25 分)

1. 设  $f'(x_0)$  存在, 则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+2h) - f(x_0-h)}{h} =$

2. 已知  $A, B, C$  均为  $n$  阶方阵, 且  $AB=BC=CA=I$ , 则  $A^2+B^2+C^2=$

3. 设有直线  $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+8}{1}$  与  $L_2: \begin{cases} x-y=0 \\ 2y+z=3 \end{cases}$

则  $L_1$  与  $L_2$  的夹角为

4. 曲线  $y = e^{\frac{1}{x^2}} \arctan \frac{x^2+x+1}{(x+1)(x+2)}$  有 条渐近线

5. 设  $z = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ 1 \end{pmatrix}$  是矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  的逆矩阵  $A^{-1}$  的特征向量, 则  $k=$

三. 计算题 (每小题 10 分, 共 80 分)

1. 设  $F(x) = \frac{x^2 \int_a^x f(t) dt}{x-a}$  其中  $f(x)$  连续, 求极限  $\lim_{x \rightarrow a} F(x)$



2. 令  $u = x - 2\sqrt{y}$ ,  $v = x + 2\sqrt{y}$ , ( $y > 0$ ), 将方程  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} y = \frac{1}{2} \frac{\partial z}{\partial y}$  化简.

3. 计算  $I = \iiint_{\Omega} z \sqrt{x^2 + y^2} dv$ , 其中  $\Omega$  由  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$  与  $x^2 + y^2 = z$  所围.

4. 计算由底圆半径相等的两个直交圆柱面  $x^2 + y^2 = a^2$  及  $x^2 + z^2 = a^2$  所围的立体的全表面积.

5. 求可微函数  $f(u)$ , 使得曲线积分

$$I = \oint_L y f(x^2 + y^2) dx - x f(x^2 + y^2) dy = 0.$$

(其中  $L$  为不包围原点的光滑闭曲线).

6. 计算  $I = \iint_{\Sigma} x dy dz + y dz dx + (z^2 - 2z) dx dy$

其中  $\Sigma$  为锥面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  被  $z = 0$  和  $z = 1$  所截得部分的外侧.

7. 设有线性方程组

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + 2\lambda x_3 = 2 \\ x_1 + \lambda x_2 + (\lambda + 1)x_3 = 2\lambda \\ (2\lambda - 1)x_1 + x_2 + (3\lambda - 1)x_3 = \lambda + 1 \end{cases}$$

当  $\lambda$  取何值时, 方程组无解, 有唯一解, 有无穷多解? 并在有解时求出其全部解.

8. 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ x & 4 & y \\ -3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$  具有三个线性无关的特征

向量.  $\lambda$  是  $A$  的二重特征值. 求可逆矩阵  $P$ , 使  $P^{-1}AP$



为对角阵.

四. 证明题 (每小题 10 分, 共 20 分)

1. 设  $z = f[x + \varphi(y)]$ , 其中  $\varphi$  可微,  $f = f(u)$  可微,

$$\text{证明 } \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$$

2. 设  $A$  是一个  $m \times n$  矩阵,  $B$  是一个  $n \times m$  矩阵,

$n < m$ , 证明: 齐次线性方程组  $(AB)z = 0$  有非零解.