

四川大学 2005 年

May 28, 2006

1.(本题满分 15 分) 求极限: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \sin \frac{k}{n^2}$.

2.(本题满分 15 分) 已知数列 x_n 满足: 对一切 n 都有: $(1 + \frac{1}{n})(n + x_n) = e$ 成立. 求:

$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

3.(本题满分 15 分) 计算二重积分: $\int_D e^{-(x+y)^2} dx dy$. 其中, D 是由 $x+y=1$, $y=x$, $x=0$ 所围成.

4.(本题满分 15 分) 若 $-\infty < a < b < c < +\infty$, $f(x)$ 在 $[a, c]$ 上连续, 且 $f(x)$ 在 (a, c) 上二阶可导. 求证: 存在 $\xi \in (a, c)$, 使得:

$$\frac{f(a)}{(a-b)(a-c)} + \frac{f(b)}{(b-c)(b-a)} \frac{f(c)}{(c-a)(c-b)} = \frac{1}{2} f''(\xi)$$

成立.

5.(本题满分 15 分) 设对所有 $x \in (0, +\infty)$, 级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a^n x^n$ 都收敛, 且 $\sum_{n=0}^{\infty} n! a_n$ 收敛. 求

证: $\int_0^{+\infty} (\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n e^{-x}) dx = \sum_{n=0}^{\infty} n! a_n$