

四川大学

2005 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：信号与系统

科目代号：451#

适用专业：通信与信息系统、信号与信息处理

(试题共 4 页)

(答案必须写在试卷上, 写在试题上不给分)

说明:

1. $Au(t-t_0)$ 表在 t_0 处阶跃幅度为 A 的阶跃信号。
2. $\text{Sa}(x) = \frac{\sin x}{x}$ 。
3. 符号 “ \cdot ” 表乘积; 符号 “ $*$ ” 表线性卷积。
4. 符号 $\text{rect}(\frac{t-t_0}{\tau})$ 表脉宽为 τ , 幅度为 1, 中心位置为 t_0 的矩形脉冲。

一、完成下列运算 (每小题 5 分, 共 25 分)

1. 求 $f(t) = \int_0^{\infty} (t^2 + 2)[\delta(t-3) + \delta'(t-3)]dt$;
2. 求 $f(t) = u(-t+1) * e^{-t}u(t+1)$;
3. 已知 $f(t) = \sin t[u(t) - u(t-\pi)]$, 画出 $f'(t)$ 和 $f(t)$ 的波形;
4. 求信号 $f(n) = (0.5)^n u(n)$ 的自相关函数;
5. 求 $f(t) = \text{Sa}(20\pi t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - 0.05n)$ 。

二. 计算下列信号的频谱密度 (每小题 5 分, 共 25 分)

1. 已知 $f(t)$ 的频谱密度为 $F(j\omega)$, 求 $e^{-j\omega_0 t} f(-t+1)$ 的频谱密度;
2. 求信号 $f(t) = te^{-t}u(t)$ 的频谱密度 $F(j\omega)$;
3. 已知实因果信号 $f(t)$ 的频谱满足: 实部 $R(j\omega) = 3\cos(100\omega)$, 求 $\int_{-\infty}^t f(\tau)d\tau$ 的频谱;
4. 计算 $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t-100n-50}{50}\right)$ 的频谱;
5. 求信号 $f(t) = \text{Sa}(100t)\cos(10000t)$ 的频谱密度 $F(j\omega)$, 并画出其频谱图。

三. 计算下列变换 (任选 5 小题, 每小题 6 分, 共计 30 分)

1. 求信号 $f(t) = e^{-t}u(t-1) + e^{3t}u(-t)$ 的拉氏变换 $F(s)$ (要求写出收敛域);
2. 已知 $f(t)$ 的傅里叶变换 $F(j\omega) = \frac{1}{j(\omega+100000\pi)+2} + \frac{1}{j(\omega-100000\pi)+2}$, 求 $f(t)$ 的希尔伯特变换;
3. 求信号 $f(n) = n2^n, n \geq 0$ 的 Z 变换 $F(z)$;
4. 已知 $f(n), n = 0, 1, \dots, N-1$ 的 DFT 为 $F(k)$, 求 $(-1)^n f(n)$ 的 DFT [N 为偶数];
5. 已知 $F(z) = \frac{8z}{z^2 + 2z - 15}, 3 < |z| < 5$, 求反变换 $f(n)$;
6. 已知 $F(s) = \frac{e^{2s}}{s(s^2 - s - 20)}, 0 < \sigma < 5$, 求 $f(t)$ 。

四、简答题(每小题 4 分, 共 16 分)

1. 简要说明实信号 $f(t)$ 的频谱密度中正负频率部分互不独立的理由。
2. 如何判断一个系统是线性系统, 请简述之。
3. 简述离散信号的 DFT 与其 FT 的关系。
4. 若低通信号 $f(t)$ 的带宽为 $\Delta\omega$, 且 $|\omega| > \Delta\omega$ 时, $F(j\omega) = 0$, 则对信号 $f(2t)$, $f(t/3) * f(t)$ 抽样的最低不失真抽样频率分别是多少?

五. (本题共 4 小题, 共计 20 分)

一离散因果线性时不变系统起始状态为 0, 输入 $f(n) = \delta(n-1)$ 时, 系统的响应为 $y(n) = (-1)^{n-1}u(n-1) + (2)^{n-1}u(n-1)$, 求:

- (1) 系统函数 $H(Z)$; (4 分)
- (2) 判定系统的稳定性; (4 分)
- (3) 求单位样值响应 $h(n)$; (6 分)
- (4) 当 $y(0) = 0$, $y(1) = 1$, 输入 $f(n) = u(n) - u(n-2)$ 时的全响应。(6 分)

六、(本题共 4 小题, 共计 18 分)

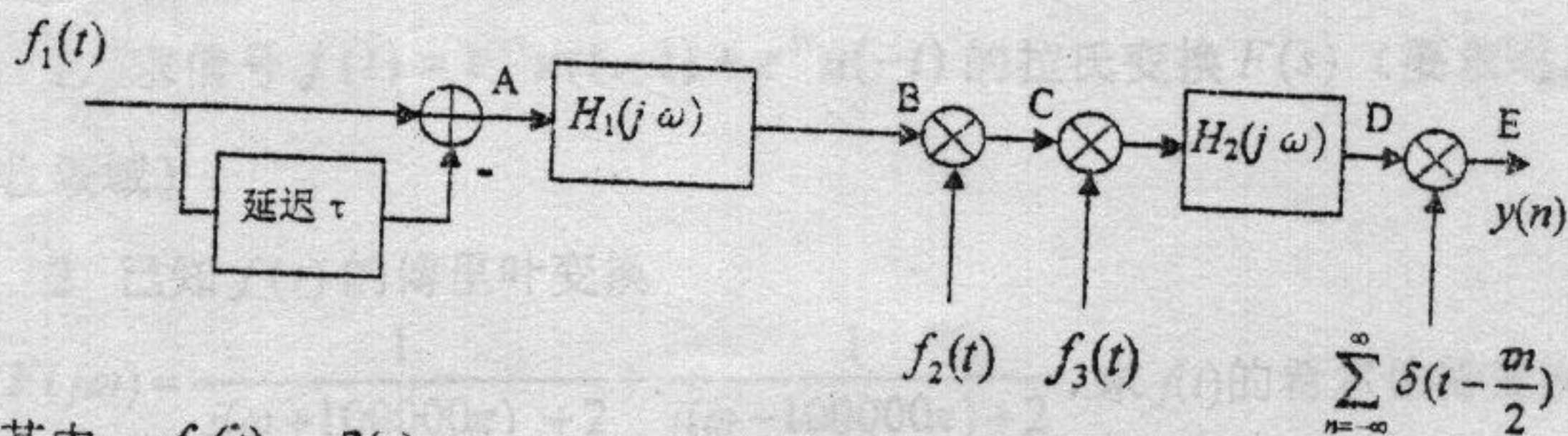
已知一因果连续线性时不变系统微分方程:

$$\frac{d^2}{dt^2} y(t) + 3 \frac{d}{dt} y(t) - 4y(t) = \frac{d}{dt} f(t) + 9f(t)$$

- 求: (1) 冲激响应 $h(t)$; (4.5 分)
 (2) 画出系统的模拟框图; (4.5 分)
 (3) 系统函数 $H(s)$; (4.5 分)
 (4) 当输入 $f(t) = 4u(t)$ 时, 系统的响应。 (4.5 分)

七、(任选 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

已知一系统如下图所示



其中 $f_1(t) = \delta(t)$, $\tau = 2ms$, $f_2(t) = \cos 4000\pi t$,
 $f_3(t) = \cos 8000\pi t$, $H_1(j\omega) = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$,
 $H_2(j\omega) = u(\omega + 8000\pi) - u(\omega - 8000\pi)$. 求:

- (1) 图中 A 点处的信号表达式 (或者画出波形);
- (2) 图中 B 点处的信号表达式 (或者画出波形);
- (3) 图中 C 点处的信号表达式 (或者画出波形);
- (4) 图中 D 点处的信号表达式 (或者画出波形);
- (5) 图中 E 点处的信号表达式 (或者画出波形);