

四川大学

2005 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目: 数学

科目代码: 360

适用专业: 光学、无线电物理、物理电子学、电路与系统

12

(试题共 4 页)

(答案必须写在答题纸上, 写在试题上不加分)

一. 选择题 (每小题 5 分, 共 25 分)

1. 设 $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1} e^{\frac{1}{x-1}}$, 则 $x=1$ 是 $f(x)$ 的 (), 点,

(A) 连续.

(B) 第一类可去间断点.

(C) 第一类非可去间断点. (D) 第二类间断点.

2. 若 $\int_0^x f(t) dt = \frac{1}{2} x^4$, 则 $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}} f(\sqrt{x}) dx = ()$

(A) 2, (B) 4, (C) 8, (D) 16

3. 设有直线 $L: \begin{cases} x+3y+2z+1=0, \\ 2x-y-10z+3=0. \end{cases}$ 及平面 $\Pi: 4x-2y+z$

$-2=0$. 则直线 L ()

(A) 平行于 Π , (B) 在 Π 上, (C) 垂直于 Π , (D) 与 Π 斜交.

4. 向量组 $\alpha_1=(1,-1,2,4)$, $\alpha_2=(0,3,1,2)$, $\alpha_3=(3,0,7,14)$, $\alpha_4=(1,-2,2,0)$, $\alpha_5=(2,1,5,10)$ 的一个极大线性无关组是 ()

(A) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$.

(B) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4, \alpha_5$

(C) α_1, α_4 .

(D) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$

5. 若四阶矩阵 A 的元素均为 1, 则 A 的特征值为 ()

(A) 1, 1, 1, 1, (B) 1, 0, 0, 0, (C) 1, 1, 0, 0, (D) 4, 0, 0, 0.

二. 填空题 (每小题 5 分, 共 25 分)

1. 曲线 $y = \frac{2x^2}{(x-1)(x+2)}$ 的水平渐近线是 _____, 垂直渐近线是 _____.

2. 过点 $(1, 2, -1)$ 且与直线 $x = -t+2, y = 3t-4, z = t-1$ 垂直的平面方程是 _____.

3. 微分方程 $y'' - 4y = e^{2x}$ 的通解为 _____.

4. 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则线性方程组 $AX = 2X$ 的全部解为 _____.

5. 已知四阶矩阵 A 的特征值为 $-1, 1, -2, 2$, 则行列式 $|I + 3A| =$ _____, (其中 I 是四阶单位矩阵).

三. (12 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin x} \sin 2t dt}{\int_0^{2x} \ln(1+t) dt}$;

四. (12 分) 已知 $z = f[\varphi(x) - y, x - \psi(y)]$, 其中 f 有 n 阶连续偏导数, φ, ψ 可微. 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

五. (12 分) 计算由球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 2az$ ($a > 0$) 和锥面

$z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 所围成的空间立体的体积.

六. (12分) 求入的值使曲线积分

$$I = \int_L (x^4 + 4xy^4) dx + (6x^{1/4}y^2 - 5y^4) dy$$

与路径无关, 并求

$$I = \int_{(0,0)}^{(1,2)} (x^4 + 4xy^4) dx + (6x^{1/4}y^2 - 5y^4) dy$$

的值.

七. (10分) 设三阶实对称矩阵 A 的特征值为 $-1, -1, 5$, 已知属于 -1 的线性无关的特征向量为 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, 求矩阵 A .

八. (10分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 已知有关系式 $A\alpha + I = A^2\alpha$, 求 α (其中 I 是三阶单位矩阵).

九. (10分) 用正交变换化二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2^2 + 6x_3^2$$

为标准形 (即平方和), 并写出所用的正交变换.

十. (12分) 设 Σ 是曲面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 被 $z = 0$ 和 $z = 1$ 所截得部分的外侧, 计算曲面积分

$$I = \iint_{\Sigma} x dy dz + y dz dx + (z^2 - 2z) dx dy.$$

十一. (10分) 设 A, B 为 n 阶对称矩阵, 且 A 是正定

矩阵. 证明: 方程 $|\lambda A - B| = 0$ 的全部根就是矩阵 $A^{-1}B$ 的全部特征根(值).