四川大學

7

2006年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：数学
科目代码：323#
适用专业：计算机系统结构、计算机软件与理论、
计算机应用

（试题共 3 页）

（答案必须写在答题纸上，写在试题上不给分）

一、选择题（每小题5分，共25分）

1、若函数 $y=f(x)$ 在 x_0 处的导数 $f'(x_0)=\frac{2}{3}$，则当 $\Delta x\to 0$ 时，$dy|_{x=x_0}$ 是（　　）无穷小。

(A) 比 Δx 低阶的　　(B) 比 Δx 高阶的

(C) 与 Δx 同阶但不等价的　　(D) 与 Δx 等价的

2、曲面 $z=xy$ 在点 $(1,2,2)$ 处的切平面方程是（　　）。

(A) $2x-y+z-2=0$　　(B) $x+2y-z-2=0$

(C) $2x-y-z-2=0$　　(D) $2x+y-z-2=0$

3. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 条件收敛，则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$（　　）.

(A) 发散　　(B) 绝对收敛

(C) 条件收敛　　(D) 敛散性不能确定

4. 设 $\alpha=\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$ 是矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&1&1\\-1&b&a\\1&a&2\end{pmatrix}$ 的一个特征向量，则 a,b 的值为（　　）。

(A) $a=1$，$b=2$.　　(B) $a=2$，$b=1$

(C) $a=1$，$b=-2$　　(D) $a=-1$，$b=2$

5. 设随机变量 ξ 与 η 相互独立，且都服从 $N(\mu,\sigma^2)$，则有（　　）。

(A) $E(\xi-\eta)=E(\xi)+E(\eta)$ (B) $D(\xi-\eta)=0$

(C) $E(\xi-\eta)=2\mu$ (D) $D(\xi-\eta)=2\sigma^2$

二. 填空题（每小题5分，共25分）

1. 曲线C：$x^3+y^3-xy=7$ 上点（2，1）处的切线方程是______。

2. 若幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-1)^n$ 在 $x=0$ 处收敛，在 $x=2$ 处发散，则该级数的收敛域为______。

3. 通过直线 $x=1+2t$，$y=-2+3t$，$z=-3+4t$，且平行于直线 $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$ 的平面方程为______。

4. 微分方程 $y''-y=xe^{-x}$ 的待定特解 $y^*=$______。

5. 已知 $A=\begin{pmatrix}1&2&-2\\2&-1&\lambda\\3&1&-1\end{pmatrix}$，B为3阶非零矩阵，且 $AB=0$，则 $\lambda=$______。

三. 解答下列各题（每小题11分，共44分）

1. 求曲面 $x^2+y^2+z^2=x$ 的切平面，使它垂直于平面 $x-y-z=0$ 和平面 $x-y-\frac{z}{2}=0$.

2. 求上半球面 $z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$ 被圆柱面 $(x-\frac{a}{2})^2+y^2=(\frac{a}{2})^2$ 所截得部分的曲面面积。

3. 设三阶方阵A，B满足关系式 $A^{-1}BA=6A+BA$，其中 $A=\begin{pmatrix}1/3&&\\&1/4&\\&&1/7\end{pmatrix}$，求矩阵B.

4. 一批零件中有9件合格与3件废品。安装机器时从这批零件中任取一件，如果取出的废品不再放回去，求在取

得合格品以前已取出的废品数 ξ 的数学期望 $E(\xi)$.

四. 计算题 (每小题 12分, 共 36分)

1. 计算曲线积分 $I = \oint_L \frac{1}{x}\arctan\frac{y}{x}dx + \frac{2}{y}\arctan\frac{x}{y}dy$.

其中 L 为曲线 $x^2+y^2=1$, $x^2+y^2=4$, $y=x$, $y=\sqrt{3}x$ $(y>0)$

所围区域的正向边界。

2. 计算曲面积分 $I = \iint_\Sigma (5x+z)dydz + 3z\,dxdy$, 其中曲

面 Σ 为有向曲面 $z = x^2+y^2$ $(0 \le z \le 4)$, 其法向量与 z 轴

正向夹角为锐角。

3. 设 $\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ 是矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 5 & c & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 的一个特征向量, 试

问 A 能否相似于一个对角矩阵, 若能则求出可逆矩阵 P,

使 $P^{-1}AP$ 为对角阵。

五. 证明题 (每小题 10分, 共 20分)

1. 设 $z = f[x+\varphi(y)]$, φ 可微, f 为二阶可导, 证

明: $\frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y} = \frac{\partial z}{\partial y}\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

2. 设 β_0 是非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的一个解, α_1,

$\alpha_2 \cdots \alpha_{n-r}$ 是对应的齐次线性方程组的一个基础解

系。证明:

(1) $\beta_0, \alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_{n-r}$ 线性无关;

(2) $\beta_0, \beta_0+\alpha_1, \beta_0+\alpha_2, \cdots \beta_0+\alpha_{n-r}$ 线性无关。