注意：报考统计与…
报考数学教…

西南师范大学

2002 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业：基础数学、应用数学、概率论与数理统计 研究方向：

考试科目：《高等代数》 编 号：431

注意：报考数学教育方向和单考的考生完成一、二、三、七、八、九题，报考其余方向的考生完成一、二、三、四、五、六题。

一、（15 分）设 $f(x)$ 为有理数域上的 n（$n\geq 2$）次不可约多项式，已知 $f(x)$ 的某个根 α 的倒数也是 $f(x)$ 的根，证明：$f(x)$ 的每个根的倒数都是 $f(x)$ 的根。

二、（20 分）设 $A=\begin{pmatrix}1 & x & 1\\ x & 1 & y\\ 1 & y & 1\end{pmatrix}$ 与 $B=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$ 相似。

（1）求 x， y 的值；（2）求一正交阵 P，使 $P^{-1}AP=B$。

三、（20 分）设 σ 为数域 F 上 n 维线性空间 V 的线性变换。（1）证明：$\dim\sigma(V)+\dim\ker\sigma=n$；（2）举例说明在一般的情况下 $\sigma(V)\cap\ker\sigma\neq\{0\}$；（3）证明：如果 $\sigma(V)\cap\ker\sigma=\{0\}$，则 $V=\sigma(V)\oplus\ker\sigma$。

四、（15 分）设 A 为 n 阶实对称阵， $V=\{X\in R^n \mid X'AX=0\}$，证明：$V$ 是 R^n 的子空间的充要条件是 A 为半正定阵或半负定阵。又当 V 是 R^n 的子空间时，V 的维数是多少？

五、（15 分）设 A 为 n 阶方阵，E 为 n 阶单位矩阵，证明：$A^2=E$ 的充要条件是秩$(A-E)+$ 秩$(A+E)=n$。

六、（15 分）设 A 为数域 F 上的 n 阶方阵，$f(\lambda)=|\lambda E-A|$ 为 A 的特征多项式，$g(\lambda)\in F[\lambda]$，证明：$g(A)$可逆的充要条件是 $(f(\lambda),g(\lambda))=1$。

七、（15 分）设 A、B 都是 n 阶正定矩阵，证明：$A+B$ 也是正定矩阵。

八、（15 分）设 A 为实数域 R 上的 $s\times n$ 矩阵，证明：秩$(A'A)$ = 秩(A)。

九、（15 分）设整系数线性方程组 $\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j=b_i$，$i=1,2,\cdots,n$，对任何整数 $b_1,b_2,\cdots,b_n$ 均有唯一整数解，证明其系数行列式必为 1 或 -1。