西　南　大　学

2006年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业：　　　　　　　　研究方向：

试题名称：数　学　　　　　　试题编号：312,313,314,380

（答题一律做在答题纸上，并注明题目番号，否则答题无效）

一、填空题（每小题4分，共28分）

1、当$x \to 0$时，$1-\cos x$与$a\sin^2\frac{x}{2}$是等价无穷小，则$a=$____________；

2、若$f(x)$的一个原函数是e^{-2x},则$\int f'(x)dx=$____________；

3、设在[0，1]上$f''(x)>0$，则$f'(0),f'(1),f(1)-f(0)$的大小顺序是____________；

4、设$z=x^y$,则$\frac{\partial z}{\partial y}=$____________；

5、设A为3阶方阵，$|A|=4$，则$\left|\frac{1}{2}A^2\right|=$____________；

6、向量组$\alpha_1=(1,-1,1)$，$\alpha_2=(2,1,-1)$，$\alpha_3=(4,1,-1)$的秩为________；

7、设A、B为两个相互独立的随机事件，$P(A)=0.2$，$P(B)=0.4$，则$P(A\cup B)=$________。

二、单项选择题（每小题4分，共28分）

1、设$x \to a$时$f(x)\to\infty, g(x)\to\infty$,则下列各式中成立的是：（　　　）

A、$f(x)+g(x)\to\infty$　　B、$f(x)-g(x)\to 0$

C、$\dfrac{1}{f(x)+g(x)}\to 0$　　D、$\dfrac{1}{f(x)}\to 0$

2、下列论断中正确的是：(　　)

A、导数不存在的点不是极值点

B、驻点必是极值点

C、若在极值点的导数存在，则此极值点必是驻点

D、若驻点不是极值点，则不可导点必是极值点

3、设函数 $f(x)=(x-a)g(x)$, 且 $g(a)=2,\lim\limits_{x\to a}g(x)=3$, 则（　　）;

A、$f'(a)=0$　　B、$f'(a)=2$

C、$f'(a)=3$　　D、$f'(a)$不存在

4、若 $\int df(x)=\int dg(x)$, 则一定有（　　）;

A、$f(x)=g(x)$　　B、$f'(x)=g'(x)+c$

C、$df(x)=dg(x)$　　D、$d\int f'(x)dx=d\int g'(x)dx+c$

5、向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_4$ 线性相关，则结论错误的是（　）

A、α_1,α_2 线性无关.　　B、α_4 由 α_1,α_2 线性表示.

C、$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性相关.　　D、$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性无关.

6、设随机变量 X 服从正态分布$N(\mu, \sigma^2)$，则随σ的增大，

概率$P(|X-\mu|<\sigma)$将（　　）

A、单调增大　　B、单调减小　　C、保持不变　　D、增减不定

7、设 X 与 Y 独立同分布，且$P(X=-1)=P(Y=-1)=\frac{1}{2}$，

$P(X=1)=P(Y=1)=\frac{1}{2}$，则下列成立的是（　　）

A、$P(X=Y)=\frac{1}{2}$　　B、$P(X=Y)=1$

C、$P(XY=1)=\frac{1}{4}$　　D、$P(X-Y=0)=\frac{1}{4}$

三、（8 分）给定曲线$y=x^2+5x+4$，试确定b，使直线$y=3x+b$为曲线的切线。

四、（10 分）设$f(t)=\int_0^1|t-x|dx$

（1）计算$f(t)$;

（2）求$f'(t)$

五、（8 分）计算积分

$$I=\iint_D(x^2+y^2)dxdy$$

其中 D=$\{(x,y)|x^2+y^2\le 1\}$。

六、（第一小题 4 分，第二小题 8 分，共 12 分）

求（1）$\lim_{x\to 0}(\frac{2}{x^2}-\frac{1}{1-\cos x})$　（2）设$f(x)=\int_0^x t\,g(x^2-t^2)dt$且$g(u)$连续，$g(0)=0, g'(0)=1$，求$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^4}$

七、（10 分）设 $f(x)$ 在闭区间 $[0，1]$ 上连续，且 $f(x)>0$，试证明 $\int_0^x f(t)dt+\int_1^x \frac{1}{f(t)}dt=0$ 在开区间（0，1）内有且仅有一个实根。

八、（8 分）设 $f(x)$ 在 $[0，1]$ 上连续且 $\int_0^1 xf(x)dx=\int_0^1 f(x)dx$。证明：存在一个 $\xi\in(0,1)$ 使得：$\int_0^\xi f(x)dx=0$

九、（8 分）设函数 $f(x)$ 在 $[1，+\infty)$ 上连续，若由曲线 $y=f(x)$，直线 $x=1$，$x=t\ (t>1)$ 与 x 轴所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所成的旋转体体积为：$V(t)=\frac{\pi}{3}[tf(t)-f(1)]$，试求 $y=f(x)$ 所满足的微分方程，并求该微分方程满足条件 $y|_{x=2}=\frac{2}{3}$ 的解。

十、（8 分）已知方程 $x^2y^2+y=1(y>0)$ 确定 $y=y(x)$，求出 $y=y(x)$ 的所有极值，并判断其为极大还是极小。

十一、（11 分）A，B 两架飞机独立地各进行二次投弹试验。设 A 命中目标的概率为 $\frac{1}{3}$，B 命中目标的概率为 $\frac{1}{2}$。以 X 和 Y 分别表示 A，B 命中目标的次数。求

（1）（X，Y）的联合概率分布；

（2）随机变量 $\xi=XY$，$\eta=2X-Y$ 的数学期望 $E(\xi),E(\eta)$。

十二、（11 分）λ 取何值时，非齐次线性方程组

$$\begin{cases}\lambda x_1+x_2+x_3=1\\ x_1+\lambda x_2+x_3=\lambda\\ x_1+x_2+\lambda x_3=\lambda^2\end{cases}$$

（1）有惟一解；（2）无解；（3）有无穷多解，此时求通解.