

西南师范大学

2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业： 理论物理

研究方向： 所有方向

试题名称： 普通物理

试题编号： 451

(答题一律做在答题纸上, 并注明题目番号, 否则答题无效。)

一. (40 分, 每小题 4 分) 判断下列说法是否正确

1. 自由粒子所处状态一定为平面波.
2. 波函数 ψ 和 $e^{i\alpha}\psi$ (α 为实数) 描述的是体系的同一状态.
3. 量子力学中, 波包中心的运动轨迹就是粒子的运动轨迹.
4. 一体系的哈密顿量不显含时间 t , 则体系处于定态.
5. $i\frac{d}{dx}$ 是厄米算符.
6. 量子体系的能量总是量子化的.
7. 量子体系的角动量总是量子化的.
8. 两个力学量不对易, 则它们不能具有共同本征态.
9. 粒子处于动量为 \bar{p}_0 的本征态, 则此状态在动量表象中的表达式为 $\delta(\bar{p} - \bar{p}_0)$.
10. 全同粒子体系的波函数可能对其中一部分粒子是对称的, 而对另一部分粒子则是反对称的.

二. (15 分) 设氢原子处于 $\psi = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}R_{21}Y_{11} \\ \frac{\sqrt{3}}{2}R_{21}Y_{10} \\ -\frac{1}{2}R_{21}Y_{10} \end{pmatrix}$ 的状态, 求:

1. 轨道角动量 z 分量 L_z 和自旋角动量 S_z 的平均值;
2. 求总磁矩 $\bar{M} = -\frac{e}{2\mu}\bar{L} - \frac{e}{\mu}\bar{S}$ 的 z 分量的平均值(用玻尔磁子表示).

三. (15 分) 设 (\hat{L}^2, \hat{L}_z) 分别是角动量平方算符和角动量 z 分量算符, 其共同本征态为 $|lm\rangle$. 定义升降算符

$$\hat{L}_{\pm} = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y$$

证明:

1. $[\hat{L}_z, \hat{L}_{\pm}] = \pm\hbar\hat{L}_{\pm}$, $[\hat{L}_+, \hat{L}_-] = 2\hbar\hat{L}_z$;
2. $\hat{L}_{\pm}\hat{L}_{\mp} = \hat{L}^2 - \hat{L}_z^2 \pm \hbar\hat{L}_z$, $\hat{L}_+\hat{L}_- + \hat{L}_-\hat{L}_+ = 2(\hat{L}^2 - \hat{L}_z^2)$.

四. (15 分) 电子在具有理想反射壁的球形势阱 $U = \begin{cases} 0 & r \leq r_0 \\ +\infty & r > r_0 \end{cases}$ 中运动, 求电子处于 s 态的能级和波函数.

五. (15 分) 质量为 μ 的粒子处在宽为 L 的一维无限深势阱中, 并受到 $H'(x) = ax$ (其中 a 为常数) 的微扰作用, 求能量和波函数的一级修正.

注: $\int_0^a x \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{l\pi}{a}x\right) dx = \frac{2a^2 nl}{(n^2 - l^2)^2 \pi^2} [(-1)^{(n+l)} - 1]$

六. (20 分) 设已知在 \hat{L}^2 和 \hat{L}_z 的共同表象中, 算符 \hat{L}_y 的矩阵表示为

$$\hat{L}_y = \frac{\sqrt{2}}{2} \hbar \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

求它的本征值和归一化本征函数, 并将 \hat{L}_y 对角化.

七. (15 分) 分别对 $j = l + \frac{1}{2}$ 和 $j = l - \frac{1}{2}$ 两种情况求 $\langle j, m_j | 2\hat{L} \cdot \hat{S} | j, m_j \rangle$ 的值.

八. (15 分) 两个电子处在一维弹性力场 $V(x) = \frac{1}{2} kx^2$ 中运动. 若电子之间的库仑能与 $V(x)$ 相比可以略去. 求当一个电子处于基态, 另一个电子处于第一激发态时, 这两个电子组成体系的波函数.