西 南 大 学

2008 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专 业：　　　　　　　　　　　　研究方向：

试 题 名 称：数学　　　试题编号：704

（答题一律做在答题纸上，并注明题目番号，否则答题无效）

一、填空题（每小题 4 分，共 28 分）

1、$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(x^2-1)}{x-1}=$______________;

2、若 $f(x)$ 的一个原函数是 e^{-2x}，则 $\int d\,f(x)=$______________;

3、$\int_0^{\infty} e^{-3x}dx=$______________;

4、设 $z=x^y$，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}=$____________________________;

5、设 A 为 3 阶方阵，$|A|=4$，则 $\left|\dfrac{1}{2}A^2\right|=$______________;

6、向量组 $\alpha_1=(1,-1,1)$，$\alpha_2=(2,1,-1)$，$\alpha_3=(4,1,-1)$ 的秩为_________;

7、当 $x\to 0$ 时，$1-\cos x$ 与 $a\sin^2\dfrac{x}{2}$ 是等价无穷小，则 a=____________

二、单项选择题（每小题 4 分，共 28 分）

1、若 $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\infty$，$\lim\limits_{x\to a}g(x)=\infty$，则必有（　　　　）;

（A）$\lim\limits_{x\to a}[f(x)+g(x)]=\infty$.　　　（B）$\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)]=0$

（C）$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)+g(x)}=0$　　　（D）$\lim\limits_{x\to a}kf(x)=\infty$（k 为非零常数）

2、函数 $y=f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处取得极大值，则必有（　　）；

（A）$f'(x_0)=0$　　（B）$f''(x_0)<0$

（C）$f'(x_0)=0$ 且 $f''(x_0)<0$　　（D）$f'(x_0)=0$ 或不存在

3、如果 $f(x)$ 在[a, b]上连续无零点，但有使 $f(x)$ 取正值的点，则在[a, b]上（　　）；

（A）可正可负　（B）为正　（C）为负　（D）无界

4、若 $\int df(x)=\int dg(x)$，则一定有（　　）；

（A）$f(x)=g(x)$　　（B）$f'(x)=g'(x)+c$

（C）$df(x)=dg(x)$　　（D）$d\int f'(x)dx=d\int g'(x)dx+c$

5、当 $x\to 0$ 时，变量 $\frac{1}{x^2}\sin\frac{1}{x}$ 是（　　）；

（A）无穷小　　（B）无穷大

（C）有界但不是无穷小量　　（D）无界但不是无穷大量

6、设 A 为 n 阶方阵，且秩 R(A)=$n-1$，α_1,α_2 是 AX=0 的两个不同的解向量，则 AX=0 的通解为（　　）；

（A）$k\alpha_1$　（B）$k\alpha_2$　（C）$k(\alpha_1+\alpha_2)$　（D）$k(\alpha_1-\alpha_2)$.

7、设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_4$ 线性相关，则下列结论错误的是（　　）

（A）α_1,α_2 线性无关　　（B）α_4 可以表示为 α_1,α_2 的线性组合

（C）$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性相关　　（D）$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性无关

三、(10分)给定曲线$y=x^2+5x+4$，试确定b，使直线$y=3x+b$为曲线的切线。

四、(10分)计算

1、(5分) $\int_1^4 \frac{1}{1+\sqrt{x}}\mathrm{d}x$

2、(5分) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_x^{x^2}\sqrt{1-t^2}\,\mathrm{d}t}{x}$

五、(8分)

计算二重积分

$$I=\iint\limits_D(x^2+y^2+2x-y)dxdy$$

其中 D=$\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1\}$。

六、(10分)

设当$x\to 0$时，$f(x)=e^x-(ax^2+bx+1)=0(x^2)$，

求常数a,b。

七、(10分)设$f(x)$在闭区间[0，1]上连续，且$f(x)>0$，试证明$\int_0^x f(t)dt+\int_1^x\frac{1}{f(t)}dt=0$在开区间(0，1)内有且仅有一个实根。

八、(10分)证明：当$0<x<\pi$时，有$\sin\frac{x}{2}>\frac{x}{\pi}$

九、(8分)问a为何值时，函数$f(x)=a\sin x+\frac{1}{3}\sin 3x$在$x=\frac{\pi}{3}$处取得极值？是极大值还是极小值？并求此极值。

十、(8分)设$y=y(x)$可微，且$y(x)=\int_0^x y(t)dt+x+1$，试求$y(x)$

十一、(20 分)

1、(6 分) 设 A 为三阶方阵，令 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$ 且 $|A|=2$，试求行列式 $|(\alpha_3-2\alpha_2,4\alpha_2,3\alpha_1)|$

2、(6 分) 已知向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_r$ 线性无关，且 $\beta_1=\alpha_1,\beta_2=\alpha_2-\alpha_1,\dots,\beta_r=\alpha_r-\alpha_{r-1}$，证明：向量组 $\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_r$ 也线性无关。

3、(8 分) λ 取何值时，非齐次线性方程组

$$\begin{cases}\lambda x_1+x_2+x_3=1\\ x_1+\lambda x_2+x_3=\lambda\\ x_1+x_2+\lambda x_3=\lambda^2\end{cases}$$

(1) 有惟一解；(2) 无解；(3) 有无穷多解，此时求通解.