

西南大学

2009 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业：经济、管理等 研究方向：

试题 名称：数学三（单考） 试题编号：703

（答题一律做在答题纸上，并注明题目番号，否则答题无效）

一、填空题（每小题 4 分，共 32 分）

- 1、已知 $y = \sqrt{x^2 + 1} + \cos \frac{\pi}{2}$ ，则 $\frac{dy}{dx} =$ _____；
- 2、若 $f(x)$ 的一个原函数是 e^{-2x} ，则 $\int df(x) =$ _____；
- 3、当 $x \rightarrow 0$ 时， $1 - \cos x$ 与 $a \sin^2 \frac{x}{2}$ 是等价无穷小，则 $a =$ _____；
- 4、设 $z = a^{xy}$ ($a > 1$)，则 $dz =$ _____；
- 5、设 A 为 3 阶方阵， $|A| = 2$ ，则 $\left| \frac{1}{2} A^{-1} \right| =$ _____；
- 6、向量组 $\alpha_1 = (1, -1, 1)$ ， $\alpha_2 = (2, 1, -1)$ ， $\alpha_3 = (4, 1, -1)$ 的秩为 _____；
- 7、设 A, B 为两个相互独立的随机事件， $P(A) = 0.2$ ， $P(B) = 0.4$ ，则 $P(A \cup B) =$ _____；
- 8、设随机变量 X 服从标准正态分布， $\Phi(x)$ 为其分布函数，则 $\Phi(x) + \Phi(-x) =$ _____。

二、单项选择题（每小题 4 分，共 32 分）

1、若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 存在, 则下列哪个条件能推出 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 存在();

- (A) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 存在 (B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ 存在
(C) $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n + b_n|$ 存在 (D) $\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - b_n)$ 存在

2、函数 $y = f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处取得极大值, 则必有 ();

- (A) $f'(x_0) = 0$ (B) $f''(x_0) < 0$
(C) $f'(x_0) = 0$ 且 $f''(x_0) < 0$ (D) $f'(x_0) = 0$ 或不存在

3、设函数 $f(x) = (x - a)g(x)$, 且 $g(a) = 2, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 3$, 则 ();

- (A) $f'(a) = 0$ (B) $f'(a) = 2$
(C) $f'(a) = 3$ (D) $f'(a)$ 不存在

4、若 $\int df(x) = \int dg(x)$, 则一定有 ();

- (A) $f(x) = g(x)$ (B) $f'(x) = g'(x) + c$
(C) $df(x) = dg(x)$ (D) $d \int f'(x) dx = d \int g'(x) dx + c$

5、设 A 是 $m \times n$ 矩阵, C 与 n 阶单位矩阵等价, $B = AC$, 若 $r(A) = r, r(B) = r_1$, 则 ();

- (A) $r > r_1$ (B) $r = r_1$ (C) $r < r_1$ (D) 无法确定

6、设 A 为 n 阶方阵, 且秩 $R(A) = n - 1$, α_1, α_2 是 $AX = 0$ 的两个不同的解向量, 则 $AX = 0$ 的通解为 ();

- (A) $k\alpha_1$ (B) $k\alpha_2$ (C) $k(\alpha_1 + \alpha_2)$ (D) $k(\alpha_1 - \alpha_2)$

7、设 X 的密度函数为 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(x+1)^2/2}$, 则 $Y = \underline{\hspace{2cm}} \sim N(0, 1)$;

- (A) $X+1$ (B) $\frac{X+1}{2}$ (C) $\frac{X-1}{2}$ (D) $X-1$

8、如果随机变量 X 与 Y 不相关, 则下列等式中 不成立。

- (A) $\text{COV}(X, Y) = 0$ (B) $D(X+Y) = DX + DY$
(C) $D(XY) = DX \cdot DY$ (D) $E(XY) = EX \cdot EY$

三、(6分) 给定曲线 $y = x^2 + 5x + 4$, 试确定 b , 使直线 $y = 3x + b$ 为曲线的切线。

四、(每小题 5 分, 共 20 分) 计算

1、 $\lim_{x \rightarrow \infty} (x \sin \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \sin x)$

2、 $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{2}{x^2} - \frac{1}{1 - \cos x})$

3、 $\int e^{\sqrt{x}} dx$

4、 $\int_0^{\pi} \sqrt{\sin t - \sin^3 t} dt$

五、(8分)

计算 $\int_0^1 dy \int_y^1 e^{-x^2} dx$

六、(8分) 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且

$3 \int_{\frac{2}{3}}^1 f(x) dx = f(0)$, 证明至少存在一点 $\xi \in (0, 1)$, 使得 $f'(\xi) = 0$.

七、(8分) 求 $f(t) = \int_0^1 |x-t| dx$ 在 $0 \leq t \leq 1$ 的最大值和最小值。

八、(8分) 求微分方程 $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{\sin x}{x}$ 通解。

九、(16 分) 解答下列各题

1、(6 分) 已知 A 是 n 阶可逆方阵, 且 $(A-E)^2 = 2(A+E)^2$, 计算 A^{-1} .

2、(10 分) 问当 λ 为何值时, 非齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 4 \\ -x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda^2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \end{cases}$$

(1) 有唯一解; (3) 无解; (3) 有无穷多组解, 并写出其基础解系.

十、(12 分) 设连续型随机变量 X 的分布函数为:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ kx + b & 0 \leq x \leq \pi \\ 1 & x > \pi \end{cases}$$

1、试确定常数 k, b 的值;

2、求 EX, DX ;

3、设 $Y = \sin X$, 求 EY 。