西南大学

年攻读 博/硕 士学位研究生入学考试试题

学科、专业：理论物理 凝聚态物理　　研究方向：所有方向

试题名称：量子力学　　试题编号：827

（答题一律做在答题纸上，并注明题目番号，否则答题无效）

一．简要回答下列问题（50 分，每小题 5 分）

1. 以一维自由粒子为例，说明自由粒子的德布罗意波的布罗意波的相速可由 $v_p = c^2/v$ 给出，而由无穷多平面波迭加而成的物质波包的中心运动速度（即群速）与粒子的速度相同，即 $v_g = v$，式中 c 为光速，v 是自由粒子的速度。这是不否意谓着粒子就是由无限多的平面波叠加而成的波包，为什么？

2. 薛定谔程含有对波函数的空间二次导数，这是否意谓着在任何势场中波函数及其一阶导数一定连续？

3. 在球坐标系中，粒子的波函数为 $\psi(r,\theta,\varphi)$，试求：（a）在球壳 $(r, r+dr)$ 中找到粒子的概率；（b）在 (θ,φ) 方向的立体角 $d\Omega$ 中找到粒子的概率。

4. 经典力学中坐标 x 和相应的动量 p_x 的乘积 xp_x 过渡到量子力学中的算符时应写成怎样的形式才能保证它是厄米算符。

5. 两个厄米算符有共同本征态，它们是否彼此对易？若两个算符不对易，它们是否就一定没有共同本征态？若两个算符对易，它们是否在所有态下都同时具有确定值？

6. 在坐标表象中，粒子位置的平均值表为 $\langle \vec{r} \rangle = \int d^3x \psi(\vec{r}) \vec{r} \psi(\vec{r})$，试在动量表象中给出 $\langle \vec{r} \rangle$ 的表达问式。

7. 自由粒子的能量本征态为 $\exp(\pm i\vec{k}\cdot\vec{r})$，它们能否写为 $\cos(\vec{k}\cdot\vec{r})$ 和 $\sin(\vec{k}\cdot\vec{r})$？此时它们还是 $\hat{p} = -i\hbar\nabla$ 的本征态吗？它们是否具有确定的宇称？

2. (15 分) 粒子限制于边长为 a 的方框中的运动，求：(a) 能级和相应的归一化波函数, 并讨论能级的简并度；(b) 加上微扰 λxy 后, 求基态和第一激发态的一级微扰修正。

3. (15 分) 有一定域电子（不考虑电子的轨道运动）处于沿 x 方向的均匀磁场 B 中，电子内禀磁矩与外磁场的作用能为 $\hat{H}=-\vec{\mu}_s\cdot\vec{B}=\frac{eB}{m}\hat{S}_x=\frac{eB}{2m}\hat{\sigma}_x=\hbar\omega_L\hat{\sigma}_x$，其中 ω_L 是所谓拉莫尔进动频率。设自旋算符的 z 分量 $\hat{S}_z$ 的本征值为 $\pm\frac{\hbar}{2}$ 的本征态 $\chi_\pm$ 分别称为自旋向上态和自旋向下态，现设在 $t=0$ 时刻电子处于自旋向上态 χ_+，求 $t>0$ 时刻电子跃迁到自旋向下态 χ_- 的概率。

4. (15 分) 对两个自旋为 $\frac{1}{2}$ 的非全同粒子体系，假设该体系的哈密顿量为 $\hat{H}=\frac{\hat{\vec{p}}^2}{2\mu}+\frac{1}{2}\mu\omega^2r^2+a\hat{\vec{S}}_1\cdot\hat{\vec{S}}_2+b\hat{\vec{L}}^2+c\hat{\vec{L}}\cdot\hat{\vec{S}}$，其中 $\vec{r}$ 为两粒子的相对坐标，$\hat{\vec{p}}$ 为相应的相对运动的动量算符，$\hat{\vec{L}}$ 是两粒子的相对运动角动量算符，$\hat{\vec{S}}_1$ 和 $\hat{\vec{S}}_2$ 分别是第一个和第二个粒子的自旋算符，而 $\hat{\vec{S}}=\hat{\vec{S}}_1+\hat{\vec{S}}_2$ 是两粒子的总自旋算符，a,b,c 都为常数，求体系的能级和波函数。