

西南大学

2010 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业:

研究方向:

试题名称: 数学(单考)

试题编号: 703

(答题一律做在答题纸上, 并注明题目番号, 否则答题无效)

一、填空题 (每小题 4 分, 共 32 分)

1、 $\int_0^{\infty} e^{-3x} dx =$ _____;

2、 若 $f(x)$ 的一个原函数是 $\ln x$, 则 $\int df(x) =$ _____;

3、 $\int_{-1}^1 (2x + |x| + 1)^2 dx =$ _____;

4、 当 $x \rightarrow 0$ 时, $1 - \cos x$ 与 $a \sin^2 \frac{x}{2}$ 是等价无穷小, 则 $a =$ _____;

5、 设 $z = x^y$, 则 $dz =$ _____;

6、 设 A 为 3 阶方阵, $|A| = 4$, 则 $|2A^{-1}| =$ _____;

7、 向量组 $\alpha_1 = (1, -1, 1)$, $\alpha_2 = (2, 1, -1)$, $\alpha_3 = (4, 1, -1)$ 的秩为 _____;

8、 设 A, B 为两个互不相容的随机事件, $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.5$, 则

$P(A \cup B) =$ _____.

二、单项选择题 (每小题 4 分, 共 32 分)

1、 下列结论中, 正确的是 () ;

(A) 无界变量一定是无穷大

(B) 无界变量与无穷大的乘积是无穷大

(C) 两个无穷大的和仍是无穷大

(D) 两个无穷大的乘积仍是无穷大

2、函数 $y=f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处取得极大值, 则必有 ();

(A) $f'(x_0)=0$

(B) $f''(x_0)<0$

(C) $f'(x_0)=0$ 且 $f''(x_0)<0$

(D) $f'(x_0)=0$ 或不存在

3、若 $f(x)$ 在区间 () 连续, 则 $f(x)$ 在该区间上一定取得最大、最小值;

(A) (a, b) (B) $[a, b]$

(C) $[a, b)$ (D) $(a, b]$

4、若 $\int df(x) = \int dg(x)$, 则一定有 ();

(A) $f(x)=g(x)$

(B) $f'(x)=g'(x)+c$

(C) $df(x)=dg(x)$

(D) $d \int f'(x)dx = d \int g'(x)dx + c$

5、向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$ 线性相关, 则结论错误的是 ()

(A) α_1, α_2 线性无关.

(B) α_4 由 α_1, α_2 线性表示.

(C) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性相关.

(D) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关.

6、设 A 为 n 阶方阵, 且秩 $R(A)=n-1$, α_1, α_2 是 $AX=0$ 的两个不同的解向量, 则 $AX=0$ 的通解为 ();

(A) $k\alpha_1$

(B) $k\alpha_2$

(C) $k(\alpha_1+\alpha_2)$

(D) $k(\alpha_1-\alpha_2)$

7、设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，则随 σ 的增大， $P(|X - \mu| < \sigma)$ 将 ()

- (A) 单调增大 (B) 单调减小
(C) 保持不变 (D) 增减不定

8、如果随机变量 X 与 Y 不相关，则下列等式中_____不成立。

- (A) $\text{COV}(X, Y) = 0$ (B) $D(X+Y) = DX + DY$
(C) $D(XY) = DX \cdot DY$ (D) $E(XY) = EX \cdot EY$

三、(14 分) 过曲线 $y = x^2 (x > 0)$ 上某点 A 作切线，使之与曲线及 x 轴所围图形的面积为 $1/12$ 。

- (1) 求切点 A 的坐标及过 A 点的切线方程；
(2) 求上述平面图形绕 x 轴旋转的旋转体体积。

四、(每小题 5 分，共 20 分) 计算

1、 $\lim_{x \rightarrow \infty} (x \sin \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \sin x)$

2、 $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x})$

3、 $\int x e^x dx$

4、 $\int_0^\pi \sqrt{\sin t - \sin^3 t} dt$

五、(8 分)

计算二重积分 $\iint_D \frac{\sin x}{x} dx dy$ ，其中 D 是由曲线 $y = x$ 与 $y = x^2$ 所围

成的平面区域。

六、(8分) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在内 (a, b) 可导, 且 $f'(x) \geq 0$,

证明: $\frac{1}{x-a} \int_a^x f(t) dt$ 在 (a, b) 单调增加。

七、(8分) 求微分方程

$$4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx \text{ 通解。}$$

八、(16分) 解答下列各题

1、(6分) 已知向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ 线性无关, 且

$\beta_1 = \alpha_1, \beta_2 = \alpha_2 - \alpha_1, \dots, \beta_r = \alpha_r - \alpha_{r-1}$, 证明: 向量组 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r$ 也线性无关。

2、(10分) λ 取何值时, 非齐次线性方程组

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2 \end{cases}$$

(1) 有惟一解; (2) 无解; (3) 有无穷多解, 此时求通解。

九、(12分) 设连续型随机变量 X 的分布函数为:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ ax + b & 0 \leq x \leq \pi \\ 1 & x > \pi \end{cases}$$

1、试确定常数 a, b 的值;

2、求 EX, DX ;

3、设 $Y = 2X^2 + 1$, 求 EY 。