

(本试卷共五大题, 第一题 50 分, 其余四题每题 25 分)

一、简答题 (50 分)

1. 写出一维无限深势阱的能量本征值和本征波函数。
2. 写出一维谐振子的哈密顿及能级。
3. 什么是厄米算符? 指出其两个主要性质。
4. 推导坐标、动量、角动量算符的如下对易关系 $[x, \hat{p}_x]$, $[\hat{l}_x, \hat{l}_y]$ 。
5. 设 Y_{lm} 是 (l^2, l_z) 的共同本征态, 指出对应的本征值以及量子数 l 和 m 的取值关系。
6. 量子态用狄拉克符号表示有什么优点? 在以 φ_i ($i=1,2,\dots$) 为基矢的表象中, 用狄拉克符号写出算符 Q 的矩阵元。
7. 两个全同费米子处于两个不同的单粒子态 ψ_1 和 ψ_2 , 写出该体系的波函数。
8. 简述用变分法如何估算量子体系的基态能量。
9. 写出非简并微扰能级的一级和二级修正。
10. 简述正常塞曼效应的产生机制。

二、质量为 m ，能量为 E 的粒子从 δ 势垒 $V(x) = \gamma\delta(x)$ 一边入射，求透射系数，并讨论粒子流密度的连续性。(25 分)

三、设 A 为体系的一守恒量，即 $[\hat{A}, \hat{H}] = 0$ 。证明不论体系处于任何状态 $\psi(t)$ ，力学量 A 的平均值和几率分布都不随时间改变。(25 分)

四、单价原子中的价电子受原子实的作用势可近似表示成

$$V(x) = -\frac{e^2}{r} - \lambda \frac{e^2 a_0}{r^2}, (0 < \lambda \leq 1),$$

a_0 为玻尔半径。求价电子的能级，并与氢原子能级做比较。(25 分)

五、一自旋为 $\frac{1}{2}$ ，磁矩为 μ 的不带电粒子，置于磁场中。 $t = 0$ 时磁场

沿 z 方向，即 $\vec{B} = \vec{B}_0 = (0, 0, B_0)$ ，而粒子处于 σ_z 的本征态 $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 。

$t > 0$ 时再加上沿 x 方向的较弱磁场 $\vec{B}_1 = (B_1, 0, 0)$ 。求 $t > 0$ 时粒子的自旋态，以及测得自旋向上的几率。(25 分)

