

华南理工大学  
2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

( 试卷上做答无效, 请在答题纸上做答, 试后本卷必须与答题纸一同交回 )

科目名称: 数学分析

适用专业: 基础数学    计算数学    概率论与数理统计    应用数学

共 2 页

1. (10 分) 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \left[ \ln \left( \frac{1 + \sqrt{n}}{\sqrt{n}} \right)^{\sqrt[n+1]{n+1}} + \sqrt{\frac{n+1}{n}} - 1 \right]$ .

2. (10 分) 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + 1} - \frac{1}{x} + \frac{1}{2} \right)$ .

3. (10 分) 求  $x^3 - 3x + 2 = 0$  的根.

4. (10 分) 求  $\int_0^1 \left( \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}} + x \operatorname{arctg} x \right) dx$ .

5. (10 分) 讨论  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(\ln n)^\alpha}$  ( $\alpha > 0$ ) 的收敛与绝对收敛性.

6. (10 分) 求  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sin \frac{1}{3n} \right) \frac{1}{3^n x^n}$  的收敛区间.

7. (10 分) 求曲面  $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = \ln 2$  上任意点  $(x_0, y_0, z_0)$  ( $x_0 > 0$ ,  $y_0 > 0$ ,  $z_0 > 0$ ) 处的切平面在 3 个坐标轴上的截距之和.

8. (10 分) 求  $\int_C \frac{-ydx + (x+1)dy}{(x+1)^2 + y^2}$ , 其中  $C$  是  $x^2 + y^2 = 3$ , 取逆时针方向.

9. (10 分) 求  $I = \int \int_{\Sigma} \frac{ds}{\sqrt{x^2 + (y-h)^2 + z^2}}$ , 其中  $\Sigma$  是  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  ( $R \neq h > 0$ ).

10. (15 分) 求  $w = x + y + z + \frac{1}{xyz}$  的极值.

11. (15 分) 设  $f(x)$  在  $(-\infty, \infty)$  上连续且  $\lim_{|x| \rightarrow \infty} f(x)$  存在, 试证  $f(x)$  在  $(-\infty, \infty)$  上一致连续.

12. (15 分) 设  $f(x)$  在  $(a, b)$  内有连续导函数, 定义

$$F_n(x) = \frac{n}{2} \left[ f\left(x + \frac{1}{n}\right) - f\left(x - \frac{1}{n}\right) \right],$$

$$x \in (a, b), n = 1, 2, \dots$$

试证函数列  $\{F_n(x)\}$  在  $(a, b)$  上处处收敛, 且内闭一致收敛.

13. (15 分) 设  $u = x + y$ ,  $v = x - y$ ,  $w = xy - z$  且  $z_{xx} + 2z_{xy} + z_{yy} = 0$ . 试确定出  $w = w(u, v)$  的表达式.