

# 华南理工大学

## 2009 年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

(请在答题纸上做答, 试卷上做答无效, 试后本卷必须与答题纸一同交回)

科目名称: 量子力学  
适用专业: 凝聚态物理

共 2 页

(本试卷共 5 题, 每题 30 分)

1. 在一维情况下, 若用  $P_{ab}(t)$  表示时刻  $t$  在  $a < x < b$  区间内发现粒子的几率.

(a) 从薛定谔方程出发, 证明  $\frac{dP_{ab}}{dt} = J(a, t) - J(b, t)$ , 其中  $J(x, t)$  是几率流密度.

(b) 对于定态, 证明几率流密度与时间无关.

2. 证明  $\psi(x) = A(2\alpha^2 x^2 - 1)e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2}$  是线性谐振子的本征波函数, 并求此本征态对应的本征能量. 式中  $A$  为归一化常数,  $\alpha = \sqrt{m\omega/\hbar}$ .

3. 设氢原子处于状态

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} R_{21}(r) Y_{10}(\theta, \varphi) - \frac{\sqrt{3}}{2} R_{21}(r) Y_{1-1}(\theta, \varphi)$$

求氢原子能量、角动量平方及角动量  $z$  分量的可能值, 这些可能值出现的几率和这些力学量的平均值。

4. 粒子在势场  $V(x) = g|x|$  中运动, 其中  $g > 0$ , 试用变分法求基态能级的上限.

试探波函数可取作  $\psi(\lambda, x) = Ae^{-\lambda|x|}$ .

5. 在  $\hat{L}^2$  和  $\hat{L}_z$  的共同表象中, 算符  $\hat{L}_x$  的矩阵为  $L_x = \frac{\eta}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,

求  $\hat{L}_x$  的本征值和归一化的本征函数, 并将矩阵  $L_x$  对角化.