

华南理工大学

2009 年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

(请在答题纸上做答, 试卷上做答无效, 试后本卷必须与答题纸一同交回)

科目名称: 空间解析几何
适用专业: 机械设计及理论

共 2 页

一、判断下列命题的正误, 如果正确在()号内打“√”, 如果不正确, 在()内打“×”。
(15 分)

1. 若 $\vec{a} \times \vec{b} = 0$, 则 $\vec{a} = 0$ 或 $\vec{b} = 0$ ()

2. 若 $\vec{a} \neq 0, \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$, 则 $\vec{b} = \vec{c}$ ()

3. $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ ()

4. 两个相等矢量一定平行。 ()

5. 若 $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a} = 0$, 则 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 共面。 ()

二、已知 \vec{a} 为单位向量, $\vec{a} + 3\vec{b}$ 垂直 $7\vec{a} - 5\vec{b}$, $\vec{a} - 4\vec{b}$ 垂直于 $7\vec{a} - 2\vec{b}$, 求 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角。(15 分)

三、已知 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 为单位向量, 且满足 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, 求 $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ (15 分)

四、求直线 L: $\frac{x-3}{5} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$ 上一点(3,4,5)到此直线与平面 $x + y + z = 2$ 交点的距离。(20 分)

五、设三平面的方程为:
$$\begin{cases} \pi_1: 2x - 3y + z - 1 = 0 \\ \pi_2: x - 5y + 2z - 3 = 0 \\ \pi_3: 3x - y + \lambda z + \mu = 0 \end{cases}$$
 试求满足下列条件的 λ, μ 值:

- (1) 三平面交于一点
- (2) 三平面通过同一直线
- (3) 三平面无公共点。(25 分)

六、求平行于平面 $x + y + z = 9$ 且与球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ 相切的平面方程。(20 分)

七、求过两球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 3$, $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$ 相交圆的直圆柱面的方程。(15 分)

八、求单叶双曲面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ 上两条直交母线的交点轨迹。(15 分)

九、绘出曲面 $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$ 与 $3(x^2 + y^2) = 16z$ 所围成的立体图形。(10 分)