

华南理工大学
2009 年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

（请在答题纸上做答，试卷上做答无效，试后本卷必须与答题纸一同交回）

科目名称：应用数学基础（含概率论、常微分方程）

适用专业：系统分析与集成

共 2 页

一、（20 分）按要求计算下列各题：

（1）设 A, B 是两事件，且 $P(A)=0.6, P(B)=0.7$ ，问在什么条件下， $P(AB)$ 取到最大（小）值，最大（小）值是多少？

（2）设 A, B 是两事件，且 $P(A)=\frac{1}{4}, P(B|A)=\frac{1}{3}, P(A|B)=\frac{1}{2}$ ，试求 $P(A; B)$ 。

二、（15 分）设

$$p(x) = e^{-e(x-a)}, \quad x > 0$$

（1）求常数 a ，使得 $p(x)$ 为密度函数；

（2）若 ξ 以此 $p(x)$ 为密度，求 b 使得 $P\{\xi > b\} = b$ 。

三、（20 分）若随机变量 ξ 服从标准正态分布，试求 χ^2 分布： $\eta = \xi^2$ 的数学期望 $E(\eta)$ 和方差 $D(\eta)$ 。

四、（20 分）设独立随机变量序列 $\{\xi_n\}$ 满足中心极限定理，试证 $\{\xi_n\}$ 满足大数定律的充分必要条件是：
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n D(\xi_k) = 0。$$

五、(21 分) 求解如下微分方程:

(1) $(2x \sin y + 3x^2 y)dx + (x^3 + x^2 \cos y)dy = 0$

(2) $xdx + ye^{-2x}dy = 0$

(3) $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$

六、(16 分) 考虑二阶微分方程: $y'' + 2y' + 2y = xe^{-x}$

(1) 求其通解;

(2) 求出满足条件: $y(0) = y'(0) = 0$ 的解。

七、(18 分) 对如下微分方程组:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

(1) 给出其通解;

(2) 确定满足条件: $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = 0$ 的解。

八、(20 分) 对如下微分方程:

$$(2x+1)y'' + 4xy' - 4y = 0$$

(1) 求其多项式形式的特解和指数形式的特解;

(2) 给出方程的通解。