601

华南理工大学
2011 年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

（请在答题纸上做答，试卷上做答无效，试后本卷必须与答题纸一同交回）

科目名称：高等数学

适用专业：单独考试及强军计划考生适用

本卷满分：150 分　　　　共 4 页

一、选择题(本题共 12 小题,每小题 6 分,满分 72 分,在每小题给出的四个选项中只有一个是正确的,把所选项前的字母写在答题纸上.)

(1) 假设当 $x\to+\infty$ 时 $f(x),g(x)$ 都是无穷大量，则当 $x\to+\infty$ 时下列结论正确的是 (　　).

(A) $f(x)+g(x)$ 是无穷大量；　(B) $\dfrac{f(x)+g(x)}{f(x)g(x)}\to 0$；

(C) $\dfrac{f(x)}{g(x)}\to 1$；　(D) $f(x)-g(x)\to 0$.

(2) 方程 $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{x-3}=0$，其根的个数为（　　）.

(A) 0；　(B) 1；　(C) 2；　(D) 3.

(3) 已知 $y=f(x)$ 二阶可导，且其一阶二阶导数均不为零，其反函数为 $x=\varphi(y)$，则 $\varphi''(y)=$（　　）.

(A) $\dfrac{1}{f''(x)}$；　(B) $\dfrac{f''(x)}{[f'(x)]^3}$；　(C) $-\dfrac{f''(x)}{[f'(x)]^3}$；　(D) $\dfrac{f'(x)}{f''(x)}$.

(4) 曲线 $y=e^{\frac{1}{x^2}}\arctan\dfrac{x^2+x+1}{(x-1)(x+2)}$ 的渐近线有(　　).

(A) 1条；　(B) 2 条；　(C) 3 条；　(D) 4 条.

（5）设 $f(x)$ 连续并且不等于零，若 $\int xf(x)dx=\arcsin x+C$，则 $\int\dfrac{dx}{f(x)}=$(　　).

(A) $\frac{2}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}}$； (B) $\frac{1}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}}$；

(C) $-\frac{2}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}}$； (D) $-\frac{1}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}}$.

（6）下列广义积分发散的是（　　）.

(A) $\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sin x}dx$； (B) $\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$；

(C) $\int_{0}^{+\infty}e^{-x^2}dx$； (D) $\int_{2}^{+\infty}\frac{1}{x\ln^2 x}dx$.

（7）$\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\frac{3xy}{\sqrt{2xy+1}-1}=$（　　）.

(A) 不存在； (B) 3； (C) 6； (D) ∞.

（8）级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{b+n}{n^2}$为（　　）.

(A) 绝对收敛； (B) 条件收敛； (C) 收敛性与b的取值有关； (D) 发散.

（9）曲线$y=x^2$与直线$x=0,x=1,y=t(0<t<1)$所围成的图形的面积情况为（　　）.

(A) $t=\frac{1}{4}$时，面积最大； (B) $t=\frac{1}{4}$时，面积最小；

(C) $t=\frac{1}{2}$时，面积最大； (D) $t=\frac{1}{2}$时，面积最小.

（10）设曲线L为圆周$x^2+y^2=9$，取顺时针方向，

则 $\oint_L(2xy-2y)dx+(x^2-4x)dy=$（　　）.

(A) 0； (B) 2π； (C) 6π； (D) 18π.

(11)已知 $A=\begin{bmatrix}2&0&0\\0&0&1\\0&1&x\end{bmatrix}$ 与 $B=\begin{bmatrix}2&0&0\\0&y&0\\0&0&-1\end{bmatrix}$ 相似，则 x 和 y 为（　　）.

(A) $0,1$； (B) $1,0$； (C) $-1,1$； (D) $1,-1$.

（12）在盛有 10 只螺母的盒子中有 0 只，1 只，2 只，⋯，10 只铜螺母的可能性相同，今向盒中放入一个铜螺母，然后随机从盒中取出一个螺母，则这个螺母为铜螺母的概率为（　　）.

(A) $\dfrac{6}{11}$； (B) $\dfrac{5}{10}$； (C) $\dfrac{5}{11}$； (D) $\dfrac{4}{11}$.

二.解答题(本题共 8 大题,满分 78 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

（13）(本题满分 9 分) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\int_0^x \frac{\sin t}{t}dt}{x-\sin x}$

（14）(本题满分 9 分) 设函数 $y=y(x)$ 由 $\begin{cases}x=1+t^2\\ y=\cos t\end{cases}$ 所确定, 求 $\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

（15）(本题满分 9 分) 计算 $\iint\limits_D \dfrac{\sin y}{y}dxdy$，其中 D 是由曲线 $y=\sqrt{x}$ 及直线 $y=x$ 围成的平面区域.

（16）(本题满分 9 分) 求幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{2n+1}{n!}x^{2n}$ 的和函数，并求 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{2n+1}{n!}$ 的和.

(17) (本题满分 10 分) 计算满足下述方程的可导函数 $y=y\left(x\right)$，

$$y\left(x\right)\cos x+2\int_0^x y\left(t\right)\sin t dt = x+1$$

（18）(本题满分 10 分) 已知线性方程组

$$\begin{cases}x_1+x_2-x_3=1\\ 2x_1+(a+2)x_2-(b+2)x_3=3\\ -3ax_2+(a+2b)x_3=-3\end{cases}$$

求：a,b 取何值时，方程组无解、有唯一组解，有无穷多组解.

（19）(本题满分 10 分) 过坐标原点作曲线 $y=e^x$ 的切线，该切线与曲线 $y=e^x$ 及 y 轴围成平面图形 D.

i) 求 D 的面积；

ii) 求 D 绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积.

（20）(本题满分 12 分) 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为：

$$f(x,y)=\begin{cases} be^{-(x+y)}, & 0<x<1, 0<y<+\infty \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$$

i) 试确定常数 b；

ii)求边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$；

iii) 求函数 $U=\max(X,Y)$ 的分布函数.