

中山大学

二〇〇六年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 410

科目名称: 离散数学

考试时间: 1月15日下午

考生须知

全部答案一律写在答题纸上, 答
在试题纸上的不得分! 请用蓝、黑
色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写
清题号, 不必抄原题。

一、著名逻辑学家 R. Smullyan 曾提出如下逻辑智力题。一岛上住着两类居民: 一类是爵士, 一类是流氓。爵士总说真话, 而流氓总说假话。某天, 你遇到该岛上的两个人 A 和 B。A 说: “B 是爵士”。B 说: “我和 A 不是一类人”。你能判断出 A 和 B 分别是哪一类人吗? 并说明理由。(20 分)

二、有 5 人 K, H, R, V, A 同时进入聊天室。是否可以根据以下已知信息判断这 5 人中谁正在聊天?

- (1) K 或者 H 在聊天。
- (2) R 或者 V 在聊天, 但二者不是都在聊天。
- (3) 如果 A 在聊天, 则 R 也在聊天。
- (4) V 和 K 要么都在聊天, 要么都没有聊天。
- (5) 如果 H 在聊天, 则 A 和 K 都在聊天。

请先符号化, 然后写出你的推理过程。(25 分)

三、逻辑学家 L. Carroll 曾给出很多关于量词推理的例子, 下面便是一例。考虑以下四个英文语句:

- (1) All hummingbirds(蜂雀) are richly colored.
- (2) No large birds live on honey.
- (3) Birds that do not live on honey are dull in color.
- (4) Hummingbirds are small.

试问: 第(4)个语句是不是前三个语句的推论? 先用谓词、量词及联结词把上述语句符号化, 然后写出推理过程。(说明: 假设 “small” 和 “not large” 的意思是一样的; 而 “dull in color” 和 “not richly colored” 也是一样的)。(25 分)

(第2项在背面)

四、设 $P(x)$ 为一谓词。 $\exists!xP(x)$ 的含义是：存在唯一的 x 使得 $P(x)$ 成立。请用通常的全称量词、存在量词、等词以及逻辑联结词来表示 $\exists!x P(x)$ 。(15 分)

五、把下列公式等价地转换成前束范式。(20 分)

(1) $\exists xP(x) \vee \exists xQ(x) \vee A$, 其中, A 中无量词出现。

(2) $\neg(\forall xP(x) \rightarrow \forall xQ(x))$

六、证明题。(45 分)

(1) $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$ 。

(2) 自然数集 \mathbf{N} 与整数集 \mathbf{Z} 等势。

(3) 设 $\langle G, \cdot \rangle$ 是群, $\langle H, \cdot \rangle$ 是 $\langle G, \cdot \rangle$ 的子群。定义

$$R = \{ \langle a, b \rangle \mid a \in G, b \in G, a^{-1} \cdot b \in H \}.$$

证明 R 是 G 上的等价关系。