中 山 大 学

二00八年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：635

科目名称：高等数学（B）

考试时间：1 月 20 日 上 午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写清题号，不必抄题。

一． 填空题（每小题 5 分，共 60 分；答案写在答题纸上并注明题号.）

1． $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{3}\right)^2\cdots\left(1-\frac{1}{n}\right)^2=$ ______。

2． $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1}{2n+i}=$ ______。

3． $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\int_0^x\cos(t^2)dt}{\sin(x)}=$ ______。

4． $\displaystyle\int_0^1\frac{9^x-1}{3^x}dx=$ ______。

5． $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin(x)dx}{\sin(x)+\cos(x)}=$ ______。

6． 设 $y=\ln(e^x+\sqrt{1+e^x})$，则 $\dfrac{dy}{dx}=$ ______。

7． 设 $\Omega=\left\{(x,y,z):1\le\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}\le2\right\}$，则 $\displaystyle\iiint_{\Omega}dv=$ ______。

8． 直线 $\begin{cases}2x+y-2z+1=0\\x+2y+z+3=0\end{cases}$ 的方向向量是______。

9． 微分方程 $y'-xy=2x$ 的通解是______。

考试完毕，试题和草稿纸随答题纸一起交回。

10. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,1)$，则随机变量函数 e^{tX} 的期望为________，其中参数 $t\in R$.

11. 设总体 X 的密度函数为 $f(t)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda t}, & t\geq 0\\ 0, & t<0\end{cases}$，2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11 为来自 X 的简单随机样本，则 λ 的最大似然估计为_______；参数 λ 的矩估计为_______。

12. 设总体 X 服从参数 λ 的 Poisson 分布，而 $x_1, x_2\cdots x_n$ 为来自该总体 X 的简单随机样本，则似然函数的表达式为____________；参数 λ 的最大似然估计为_________。

二.（本题满分 12 分）设 $u=\frac{x}{y}+xf\left(\frac{x}{y}\right)$，其中函数 f 二阶可导，求 $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$.

三.（本题满分 12 分）设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的连续函数，其导函数 $f'(x)$ 在 (a,b) 内连续且恰有 2 个零点 $x=c$ 与 $x=d$，求 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的最大值与最小值，并简单说明理由.

四.（本题满分 14 分）一质点在椭球面 $(x-2)^2+(y-2)^2+z^2=1$ 上运动，求该点到平面的距离的最小值和最大值，并分别给出取到最小值和最大值时该点的坐标.

五.（本题满分 14 分）设总体 X 近似服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，而 6, 6, 7, 8, 8 为来自该总体的简单随机样本，而参数 μ,σ 都未知.（1）求参数 μ 的置信度为 95% 的置信区间；（2）针对性零假设 $H_0:\sigma=2$ 与备择假设 $H_1:\sigma<2$，作显著性水平为 5%的假设检验.（其中，标准正态分布的 2.5%与 5%上侧分位数分别为 1.96 与 1.65，自由度为 4 的 t 分布的 2.5%与 5%上侧分位数分别为 2.78 与 2.132，自由度为 4 的 χ^2 分布的 95%与 90%上侧分位数分别为 0.711 与 1.064.）

六.（本题满分 12 分）设随机变量 X 服从参数 $\lambda>0$ 的指数分布，求随机变量函数 $y=e^{tX}$ 的期望，其中参数 $t\in(-\infty,\lambda)$.

七.（本题满分 12 分）用三重积分证明 3 维空间中半经为 R 的球体体积为 $\frac{4}{3}\pi R^3$.

八.（本题满分 14 分）求微分方程 $y''-3y'+2y=2x$ 的通解.