中 山 大 学

二00八 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：651

科目名称：线性代数

考试时间：1 月 20 日 上 午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写清题号，不必抄题。

1. (10 分) 设 $f(x)=x^3+(1+a)x^2+4x+2b$ 和 $g(x)=x^3+x^2+2b$ 的最大公因式是一个二次多项式。求 a,b 的值。

2. (10 分) 设 $f(x)=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 2-x & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & (n-1)-x \end{vmatrix}$。试求 $f(x)$ 的根。

3. （15 分）解方程组
$$\begin{cases} ax_1+x_2+x_3=4 \\ x_1+bx_2+x_3=3 \\ x_1+2bx_2+x_3=4 \end{cases}。$$

4. （20 分）设 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$。（1）求 A 的特征值和特征向量；（2）求可逆矩阵 P，使 $P^{-1}AP$ 为对角阵。

5. （10 分）设 A、B 是 n 阶方阵，又设 A、B 的特征根都不等于零。（1）证明：AB 的特征根也是 BA 的特征根；（2）若 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T$ 是 AB 属于 λ 的特征向量，试求 BA 属于 λ 的特征向量。

6. （15 分）设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$。已知矩阵 X 与 A 满足关系式：$AX=A+X$。试求 X。