

# 中山 大 学

## 二〇一〇年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 362

科目名称: 数学一

考试时间: 1 月 10 日 上 午

### 考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上, 答在试题纸上的不得分! 请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写清题号, 不必抄题。

### 一、单项选择题 (每小题 5 分, 共 30 分)

(1) 设  $f(x) = \sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}$ 。则  $f(x)$  为

- (A) 奇函数 (B) 偶函数 (C) 无界函数 (D)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$

(2) 设  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0$ , 则下列断言正确的是

- (A) 若  $x_n$  发散, 则  $y_n$  发散. (B) 若  $x_n$  无界, 则  $y_n$  必有界.  
(C) 若  $x_n$  有界, 则  $y_n$  必为无穷小. (D) 若  $1/x_n$  无穷小, 则  $y_n$  必为无穷小.

(3) 已知函数  $f(x)$  在点  $x=0$  的某个邻域内连续, 且  $f(x)=0$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{1-\cos(x)} = 2$ ,

则在  $x=0$  处  $f(x)$

- (A) 不可导 (B) 可导且  $f'(x) \neq 0$   
(C) 取得极小值 (D) 取得极大值

(4) 已知  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x^2}{x+1} - ax - b) = 0$ , 则

- (A)  $a=1, b=1$  (B)  $a=-1, b=1$   
(C)  $a=1, b=-1$  (D)  $a=-1, b=-1$

(5)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^3} =$

- (A)  $\frac{\pi}{2}$  (B)  $\frac{3\pi}{8}$  (C)  $\frac{3\pi}{4}$  (D)  $\frac{3\pi}{16}$

(6) 设  $0 \leq a_n < \frac{1}{n}$  ( $n=1, 2, \dots$ ), 则下列级数肯定收敛的是

- (A)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$  (C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$  (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$

考试完毕, 试题和草稿纸随答题纸一起交回。

第 1 页 共 2 页

二、填空题（每小题 6 分，共 60 分）请把答案写在答题纸上，标明题号。

1. 微分方程  $y' + y \tan x = \cos x$  的通解是\_\_\_\_\_

2. 已知  $y = e^{x^3}$ ，则  $\frac{dy}{dx} =$ \_\_\_\_\_

3. 设平面区域  $D$  由  $x^2 + y^2 = 2y$  围成，则  $\iint_D (x+y) dx dy =$ \_\_\_\_\_

4. 设  $z = (2x + y^2)^{xy}$ ，则  $\frac{\partial z}{\partial y} =$ \_\_\_\_\_

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} =$ \_\_\_\_\_

6. 设  $2f(x) - f\left(\frac{x-1}{3x-1}\right) = x$ ，则  $f(x) =$ \_\_\_\_\_

7. 已知  $y = \frac{1-x}{1+x}$ ，则其反函数为\_\_\_\_\_

8. 指数函数  $y = e^x$  的  $n$  阶导数  $y^{(n)} =$ \_\_\_\_\_

9.  $\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx =$ \_\_\_\_\_

10. 设  $f(x) = \ln|\tan x + \sec x|$ ，则  $f'(x) =$ \_\_\_\_\_

三、(15 分) 求函数  $f(x) = (x^2 - 1)^3 + 1$  的极值

四、(10 分) 求不定积分  $\int \frac{x+1}{x(1+xe^x)} dx$

五、(15 分) 求微分方程  $y'' - 2y' + 2y = 5 + e^x$  的通解

六、(10 分)、在  $y = x^3$  的图形上，哪一点的切线斜率等于 3?

七、(10 分) 求下列级数的和

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}} - \frac{1}{3^n} + \cdots$$