

中山大学

二〇一〇年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 362

科目名称: 数学一

考试时间: 1月10日上午

考生须知

全部答案一律写在答题纸上, 答在试题纸上的不得分! 请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写清题号, 不必抄题。

一、单项选择题 (每小题5分, 共30分)

(1) 设 $f(x) = \sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}$ 。则 $f(x)$ 为

- (A) 奇函数 (B) 偶函数 (C) 无界函数 (D) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$

(2) 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0$, 则下列断言正确的是

- (A) 若 x_n 发散, 则 y_n 发散. (B) 若 x_n 无界, 则 y_n 必有界.
(C) 若 x_n 有界, 则 y_n 必为无穷小. (D) 若 $1/x_n$ 无穷小, 则 y_n 必为无穷小.

(3) 已知函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 的某个邻域内连续, 且 $f(x)=0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{1-\cos(x)} = 2$,

则在 $x=0$ 处 $f(x)$

- (A) 不可导 (B) 可导且 $f'(x) \neq 0$
(C) 取得极小值 (D) 取得极大值

(4) 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x^2}{x+1} - ax - b) = 0$, 则

- (A) $a=1, b=1$ (B) $a=-1, b=1$
(C) $a=1, b=-1$ (D) $a=-1, b=-1$

(5) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^3} =$

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{3\pi}{8}$ (C) $\frac{3\pi}{4}$ (D) $\frac{3\pi}{16}$

(6) 设 $0 \leq a_n < \frac{1}{n}$ ($n=1, 2, \dots$), 则下列级数肯定收敛的是

- (A) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$

考试完毕, 试题和草稿纸随答题纸一起交回。

第1页 共2页

二、填空题（每小题 6 分，共 60 分）请把答案写在答题纸上，标明题号。

1. 微分方程 $y' + y \tan x = \cos x$ 的通解是_____

2. 已知 $y = e^{x^3}$ ，则 $\frac{dy}{dx} =$ _____

3. 设平面区域 D 由 $x^2 + y^2 = 2y$ 围成，则 $\iint_D (x+y) dx dy =$ _____

4. 设 $z = (2x + y^2)^{xy}$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ _____

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} =$ _____

6. 设 $2f(x) - f\left(\frac{x-1}{3x-1}\right) = x$ ，则 $f(x) =$ _____

7. 已知 $y = \frac{1-x}{1+x}$ ，则其反函数为_____

8. 指数函数 $y = e^x$ 的 n 阶导数 $y^{(n)} =$ _____

9. $\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx =$ _____

10. 设 $f(x) = \ln|\tan x + \sec x|$ ，则 $f'(x) =$ _____

三、(15 分) 求函数 $f(x) = (x^2 - 1)^3 + 1$ 的极值

四、(10 分) 求不定积分 $\int \frac{x+1}{x(1+xe^x)} dx$

五、(15 分) 求微分方程 $y'' - 2y' + 2y = 5 + e^x$ 的通解

六、(10 分)、在 $y = x^3$ 的图形上，哪一点的切线斜率等于 3?

七、(10 分) 求下列级数的和

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}} - \frac{1}{3^n} + \cdots$$