中　山　大　学

二〇一一年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：　620

科目名称：　一元微积分

考试时间：　1　月　16　日　上　午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不计分！请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写清题号，不必抄题。

(一) 填空题(每小题 5 分，共 40 分)请将答案写在答题纸上，并表明题号。

(1) $y=\dfrac{1}{1-x^2}+\sqrt{x+2}$ 的定义域为（　）。

(2) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=A$ 的 ε- δ 定义为( ).

(3) $y=2\sqrt{x}\sin x$ 的导数是（ ）。

(4) $\lim\limits_{x\to0}(1+2x)^{\frac{1}{x}}=$（ ）。

(5) 函数 $y=\dfrac{\sin x}{x}$ 的微分为（ ）。

(6) 设 $f(x+\dfrac{1}{x})=x^2+\dfrac{1}{x^2}$，则 f(x)=(　).

(7) 设 $f(x)=\begin{cases} x, 0<x<1, \\ a, x=1, \\ 1, 1<x<2, \end{cases}$ 当 a=(　)时，函数在点 x=1 处连续。

(8) $\int\dfrac{x}{x^2+3x+2}dx=$( ).

(二) 选择题(每题只有一个选择项正确，每小题 5 分，共 30 分)请将答案写在答题纸上，并表明题号。

(1) 函数 $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\ln\dfrac{1-x}{1+x}$ （-1<x<1）为（ ）

(A) 奇函数；　　(B)偶函数；

(C)非奇非偶函数；　　(D) 可能是奇函数，也可能是偶函数。

(2) 设 $x_1>0$, $x_{n+1}=1+\dfrac{x_n}{1+x_n}$, n=1,2,3…，则数列$\{x_n\}$是( ).

(A)收敛列；　　(B)发散列

(C)无界列　　(D) 可能是收敛列，也可能是发散列。

(3) 下列判断正确的是( )

(A) 若 f(x)在[a, b]上有界，则 f(x)在[a, b]上可积；

(B) 若|f(x)|在[a, b]上可积，则 f(x)在[a, b]上可积；

(C) 若 f(x)是[a, b]上的单调函数，则 f(x)在[a, b]上可积；

(D) 若 f(x)在[a, b]上可积，则对任意 c∈[a, b], f(x)在[a, c]和[c, b]上可能是不可积的。

(4) 设 $f(x)=x^3-3x^2-24x+32$，则( )

(A) f(x)在(-∞，-2)上单调减少；　　(B) f(x)在(-2，4)上单调增加；

(C) f(x)在 x= -2 处取得极大值；　　(D) 以上判断都是错误的。

(5) 设 f(x)=1/x, f(x)图像在点（1，1）处的切线方程为（ ）

(A) y = x+2　　(B) y = -x+2

(C) y = x-2　　(D) y = -x-2

(6) 下列函数在[0，1]上可积的是（ ）

(A) $f(x)=\begin{cases}-1, x\text{为有理数},\\ 1, x\text{为无理数}.\end{cases}$　　(B) $f(x)=\begin{cases}0, x\text{为有理数},\\ x, x\text{为无理数}.\end{cases}$

(C) $f(x)=\begin{cases}1, x\text{为有理数},\\ -1, x\text{为无理数}.\end{cases}$　　(D) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}-\left[\dfrac{1}{x}\right], x\neq 0,\\ 0, x=0.\end{cases}$

(三) 计算题(每小题 10 分，共 50 分)

（1）设函数

$$f(x)=\begin{cases}x^2+b, x>2,\\ ax+1, x\le 2.\end{cases}$$

确定 a, b，使得 f(x)在 x=2 处可导。

（2）$\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{1}{x-1}\right)$.

（3）求函数 $f(x)=\sqrt[3]{(2x-x^2)^2}$ 的极值。

（4）计算 $\int\frac{1}{x}\sqrt{\frac{x+2}{x-2}}dx$

（5）求由曲线 $y=\sin x$, $y=\cos x$ 及直线 $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$ 所围图形的面积 A.

(四) 证明题(每小题 15 分，共 30 分)

（1）　设函数 f(x)在[0，2]上连续，且 f(0)= f(2)，证明：存在 x, y∈[0，2]，y－x =1，使得 f(x) = f(y)。

（2）　证明不等式：$|\sin x-\sin y|\leqslant |x-y|$.