

2011 年湖南农业大学硕士招生自命题科目试题

科目名称及代码: 数学 601

适用专业: 环境科学

考生注意事项: ①所有答案必须做在答题纸上, 做在试题纸上一律无效。

②按试题顺序答题, 在答题纸上标明题目序号。

一、填空题(共 24 分, 每小题 4 分)

1. 设 $y = \int_0^x (1-t) \cos t^2 dt$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} =$ _____.

2. 不定积分 $\int \tan x \sec^3 x dx =$ _____.

3. 函数 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ 的单调减少区间为 _____.

4. 微分方程 $y' \sin x = y \ln y$ 的通解是 _____.

5. 设 $z^3 - 3xyz = 1$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.

6. 设 A 为三阶方阵, $|A| = 2$, 则 $|2A^{-1}| =$ _____.

二、选择题(共 32 分, 每小题 4 分)

7. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - ax - bx^2}{x^2} = \frac{1}{2}$, 则 ()

(A) $a=1, b=-1$; (B) $a=0, b=-1$;

(C) $a=0, b=1$; (D) $a=1, b=1$.

8. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2, & x > 1 \\ 1, & x \leq 1 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x=1$ 处 ()

(A) 不连续; (B) 连续, 但不可导;

(C) 连续, 且有一阶导数; (D) 有任意阶导数。

9. 设函数 $f(x)$ 有二阶连续导数, 且 $f'(0) = 0, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f''(x)}{x^2} = 1$, 则 ()

- (A) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值; (B) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值;
(C) $f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值; (D) $f(0)$ 不一定是 $f(x)$ 的极值。

10. 设函数 $f(x)$ 的一个原函数为 $\ln x$, 则 $\int xf(x)dx = (\quad)$

- (A) $2x^2 \ln x + x^2 + C$; (B) $2x^2 \ln x - x^2 + C$;
(C) $x + C$; (D) $x^2 \ln x - 2x^2 + C$ 。

11. 函数 $y = y(x)$ 的图形上点 $(0, -2)$ 的切线为 $2x - 3y = 6$, 且满足 $y'' = 6x$, 则函数 $y = y(x)$ 是 (\quad)

- (A) $y = x^3 - 2$; (B) $y = 3x^3 + 2$;
(C) $y = x^3 + \frac{2}{3}x - 2$; (D) $y = x^3 + \frac{2}{3}x$ 。

12. 设 $E_i = \iint_{D_i} e^{x^2+y^2} dx dy$, 其中 $D_1 = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq R^2\}$, $D_2 = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2R^2\}$,

$D_3 = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 3R^2\}$, 则有 (\quad)

- (A) $E_1 < E_2 < E_3$; (B) $E_2 < E_3 < E_1$;
(C) $E_1 < E_3 < E_2$; (D) $E_3 < E_2 < E_1$ 。

13. 设向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 1, k)$, $\alpha_2 = (1, 1, k, 1)$, $\alpha_3 = (1, 2, 1, 1)$ 线性相关, 则必有 (\quad)

- (A) $k = 0$; (B) $k = 1$;
(C) $k = 2$; (D) $k = 3$ 。

14. 设三阶方阵 A 的附随矩阵为 A^* , 秩 $r(A) = 1$, 则 (\quad)

- (A) $r(A^*) = 1$; (B) $r(A^*) = 2$;
(C) $r(A^*) = 3$; (D) $r(A^*) = 0$ 。

三 解答题(15, 22 每小题 12 分, 其它每小题 10 分, 共 94 分)

15. 讨论函数

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料, 请访问 <http://download.kaoyan.com>

$$f(x) = \begin{cases} \left[\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e} \right]^{\frac{1}{x}}, & x > 0 \\ e^{\frac{1}{2}}, & x \leq 0 \end{cases}$$

在点 $x=0$ 处的连续性 (12 分)。

16. 求由 $\int_0^y e^{-t^2} dt + \int_0^x \cos t^2 dt = 0$ 所确定的隐函数 y 对 x 的导数 (10 分)。

17. 已知函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导, 且 $f(0)=0, f(1)=\frac{1}{2}$, 证明至少存在一点 $\xi \in (0,1)$, 使得 $f'(\xi)=\xi$ (10 分)。

18. 计算 $\int \frac{\ln \tan x}{\sin x \cos x} dx$ (10 分)。

19. 设 $z = e^{xy} \sin(x+y)$, 求全微分 dz (10 分)。

20. 计算二重积分 $\iint_D (x+y) dx dy$, 其中 D 是由曲线 $y=x^2$ 及 $y=2x$ 所围成的平面区域 (10 分)。

21. 有连接 $A(0,1)$ 、 $B(1,0)$ 两点的一条曲线, 它位于 AB 弦的上方, $P(x,y)$ 为其上任一点, 已知曲线与弦 AP 之间的面积为 x^3 , 求曲线的方程 (10 分)。

22. 设 n 阶方阵 A, B 满足 $A^*BA = 2BA - 8E$, 其中 A^* 为 A 的伴随矩阵, E 为 n 阶单位矩阵。

(1) 证明 B 为可逆矩阵, 并求 B^{-1} ;

(2) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 求矩阵 B (12 分)。

23 设有方程组如下:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = -2, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = a, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = a^2, \end{cases}$$

当 a 为何值时, 方程组有无穷多解, 无解? 在有解的情况下, 求它的所有解 (10 分)。