

国防科技大学研究生院 2000 年硕士生入学考试

软件基础试题(可不抄题)(离散数学部分)

考生注意: 1. 答案必须写在我校统一配发的专用答题纸!

2. 统考生做第一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、十二题;
3. 单独考生做第一、二、四、五、六、七、八、九、十、十一题;

五. (每小题 4 分, 共 8 分)

设 A, B 为集合, 证明:

1° $(A - B) \cup (A - C) = A$ 当且仅当 $A \cap B \cap C = \Phi$;

2° $(A - B) \cap (A - C) = \Phi$ 当且仅当 $A \subseteq B \cup C$.

六. (8 分)(单独考生做, 统考生不做)

若 R 为集合 A 上的对称关系且 $\text{dom } R = A$, 则 R 的传递闭包 $t(R)$ 为 A 上的等价关系。

七. (每小题 4 分, 共 8 分)

1° 设 P, Q 为命题词, 求 $(P \Rightarrow Q \vee P) \wedge (P \vee Q \Rightarrow P)$ 的主范式。

2° 设 P, Q 为一元谓词, 求 $\exists x P(x) \Rightarrow \forall x Q(x)$ 的无 \exists 前束范式。

八. (第一小题 5 分, 第二小题 5 分, 第三小题 6 分, 共 16 分)

1° 用自然演绎方法证明: 若 $\vdash A \rightarrow B$, 则 $\vdash \neg B \rightarrow \neg A$ 。

2° 用自然演绎方法证明: 若 $\vdash A \rightarrow B$ 且 $\vdash C \rightarrow D$, 则 $\vdash A \vee C \rightarrow D \vee B$ 。

3° 试判断合式公式 $\exists x \forall y (P(x, y) \wedge \neg P(y, x))$ 是否可满足, 并证明之。

其中 A, B, C, D 为合式公式, P 为二元谓词。

九. (每小题 4 分, 共 8 分)(统考生做, 单独考生不做)

设 A 为非空集合且 $f: A \rightarrow A$ 为函数。证明

1° 若 f 为双射, 则有自然数 $n \geq 1$ 使 $f^n = I_A$;

2° 若有自然数 $n \geq 1$ 使 $f^n = I_A$, 则 f 为双射。

十. (5 分)

证明: 若无向图 G 中有长度为奇数的闭路径, 则 G 中有长度为奇数的回路。

十一. (5 分)(单独考生做, 统考生不做)

设在 v_1, v_2, \dots, v_9 这九个人中, v_1, v_2, \dots, v_5 都至少和五个人握过手, v_9 至少和六个人握过手。证明: 在这九个人中, 必有三个人互相都握过手。

十二. (5 分)(统考生做, 单独考生不做)

设 n 阶连通无向图 G 有 $2k$ ($k > 0$) 个奇结点。证明: 在 G 中必有 k 条边不相交的简单路径, 使 G 中每条边都恰在其中一条简单路径上。