国防科技大学研究生院 2001 年硕士生入学考试

离散数学试题

注：1、不用抄题，答案必须写在统一配发的答题纸上!

2、统考生做：第一、二、三、四、五、六、七、八、九、十题；

3、单独考生做：第一、二、三、四、五、六、七、十一、十二、十三题。

一、(每小题 5 分，共 15 分)

设 A= { 1，2，… , 6 } , B = { 1 , 2 , … , 8 } , 函数 f ：A→ B 和 g ：A→ B 定义如下：

x	1	2	3	4	5	6
f (x)	1	4	5	2	5	8
g (x)	4	5	5	5	6	7

若 B 上的二元关系 R = { <f(x) , g (x)> | x = 1 ,2 ,3 ,4 ,5 ,6 } ,试求

i) R 的关系图

i i) t (R) — R;

i i i) tsr (R) 的简化关系图和 B/tsr(R) 。

二、(每小题 5 分，共 15 分)

设< A，≤ >和 < B ，≤' >为两个半序结构，函数 F：A→ B 和 G：B → A 均为保序映射。若对任意 a ∈ A 和 b ∈ B 皆有

F(a) ≤' b 当且仅当 a ≤G(b).

则对每个 b∈B 皆有：

i) FG(b) ≤' b ;

i i) FGFG(b) ≤' FG(b) ;

i i i) FG(b) = FGFG(b)。

(注：函数 F：A→ B 称为保序映射，如果对于任意 a1, a2∈A 且 a1≤a2 ,必有 F(a1)≤'F(a2))。

三、(10 分)。今有 111 人购买 A，B，C 三种股票，已知只买了一种股票的共 75 人，买了 A 股和 B 股的共有 20 人，买了 B 股和 C 股的共有 9 人，买了 A 股和 C 股的共 17 人，只买了 A 股的共 31 人，只买了 B 股的共 23 人。试求：

i) 三种股票都买的有几人 ？

i i) 买 A 股、B 股和 C 股的各几人？

四、(各小题 依次为 4 分，4 分，2 分，共 10 分)

设≤ 为非空集合 A 上的半序，且 S 为 A 的非空子集。试直接利用≤ 和∈作谓词将下列命题符号化：

i) S 有极小元 ；

i i) S 有上界 ；

i i i) S 有上确界。

五、(10 分)。设 G=< V, E, Ψ >为 n 阶简单有向图，结点 v∈V 的出度分别用 $d_G^+(v)$和 $d_G^-(v)$ = n – 1 , 则必有 $\sum_{v\in V}(d_G^+(v))^2 = \sum_{v\in V}(d_G^-(v))^2$。

六、(10 分)若简单无向图 G 中恰有两个奇结点，则这两个奇结点之间必存在路径可达。

七、(5 分)设合式公式 $A = (\neg P \to R) \wedge (P \leftrightarrows Q)$，试求 A 的主析取范式。

本页的八、九、十题只需统考生做，单独考生不做。

八、(每小题 5 分，共 10 分)

设函数 $f: A\to B$ 和 $g: B\to A$ 使 $(f\circ g)^2\circ f=f$，并且 $f\circ g\circ f$ 为双射，试证明：

i) f 和 g 均为双射；

ii) $f^{-1}\circ g^{-1}=g\circ f$。

九、(每小题 5 分，共 10 分)

用自然推理系统证明：

i) $A\vee B \vdash \neg A\wedge\neg B$；

ii) $(\forall x)(\exists y)(P(x)\vee P(y)\to P(x)\wedge P(y))$。

十、(5 分)

设 P 为一元谓词，试判断合式公式

$(\exists y)(\forall x)(P(x)\vee P(y)\to P(x)\wedge P(y))$

是否为永真式，并说明理由。

本页的十一、十二、十三题只需单独考生做，统考生不做。

十一、(每小题 5 分，共 10 分)

设 R 为集合 A 上的二元关系，$R\neq\phi$ 且 R 为反自反的。

i) 若 R 为对称的，则 R 不是传递的；

ii) 若 R 为传递的，则 R 为反对称的。

十二、(每小题 5 分，共 10 分)

用自然推理系统证明：

i) $A\to B \vdash \neg B\to\neg A$

ii) $(\exists x)(A(x)\vee B(x)) \vdash (\exists x)A(x)\vee(\exists x)B(x)$

十三、(5 分)

设 Q 为二元谓词，试判断合式公式

$(\forall x)(\exists y)Q(x,y)\to(\exists y)(\forall x)Q(x,y)$

是否为永真式，并说明理由。