kaoyan.com
考研加油站

武汉科技大学
2006 年硕士研究生入学考试试题
（参考答案）

课程名称：矿 业 运 筹 学

1. 某矿山公司计划在 1 月至 4 月从事某种矿产品的营销，已知该产品允许的最大库存量为 800t，营销活动开始时已有 2000t 产品库存。预测报告表明该产品 1 月到 4 月的进价和售价如下表。若不计库存费用，问应该如何安排进货量和销售量使该公司能获得最大利润（设 4 月底库存量为 0）。试建立该问题的线性规划模型（不求解）。（15 分）

月　　份	1	2	3	4
进价（百元/t）	10	9	11	15
售价（百元/t）	12	9	13	17

解：设 x_i、y_i 分别表示第 i 个月的进货量和售货量（$i=1,2,3,4$），则有：

$$\max Z = 12y_1 - 10x_1 + 9y_2 - 9x_2 + 13y_3 - 11x_3 + 17y_4 - 15x_4$$

$$\begin{aligned} s.t.\quad & (y_1 - x_1) + 200 \le 800 \\ & (y_2 - x_2) + [(y_1 - x_1) + 200] \le 800 \\ & (y_3 - x_3) + \{(y_2 - x_2) + [(y_1 - x_1) + 200]\} \le 800 \\ & (y_4 - x_4) + (y_3 - x_3) + \{(y_2 - x_2) + [(y_1 - x_1) + 200]\} = 0 \\ & x_i, y_i \ge 0 \quad (i = 1,2,3,4) \end{aligned}$$

整理后有：$\max Z = 12y_1 - 10x_1 + 9y_2 - 9x_2 + 13y_3 - 11x_3 + 17y_4 - 15x_4$

$$\begin{aligned} s.t.\quad & y_1 - x_1 \le 600 \\ & y_1 + y_2 - x_1 - x_2 \le 600 \\ & y_1 + y_2 + y_3 - x_1 - x_2 - x_3 \le 600 \\ & -y_1 - y_2 - y_3 - y_4 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 200 \\ & x_i, y_i \ge 0 \quad (i = 1,2,3,4) \end{aligned}$$

2. 有线性规划模型：

$$\begin{aligned} \max z &= 3x_1 + 2x_2 \\ s.t.\quad & -x_1 + 2x_2 \le 4 \\ & 3x_1 + 2x_2 \le 12 \\ & x_1 - x_2 \le 3 \\ & x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

（1）用单纯形法求解；（10 分）

（2）写出其对偶问题；（5 分）

（3）求解对偶问题。（10 分）

解：（1）用单纯形法求解：

原模型标准化为：$\min z' = -3x_1 - 2x_2$

$$\begin{aligned} s.t.\quad & -x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ & 3x_1 + 2x_2 + x_4 = 12 \end{aligned}$$

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

$$x_1 \quad - x_2 \qquad\qquad + x_5 = 3$$
$$x_1, x_2 x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

则求解过程为：

C_j		-3	-2	0	0	0	b
C_B	X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
0	x_3	-1	2	1	0	0	4
0	x_4	3	2	0	1	0	12
0	x_5	1^*	-1	0	0	1	3
σ_j		-3	-2	0	0	0	0
0	x_3	0	1	1	0	1	7
0	x_4	0	5*	0	1	-3	3
-3	x_1	1	-1	0	0	1	3
σ_j		0	-5	0	0	3	9
0	x_3	0	0	1	-1/5	8/5*	32/5
-2	x_2	0	1	0	1/5	-3/5	3/5
-3	x_1	1	0	0	1/5	2/5	18/5
σ_j		0	0	0	1	0	12
0	x_5	0	0	5/8	-1/8	1	4
-2	x_2	0	1	3/8	1/8	0	3
-3	x_1	1	0	-1/4	1/4	0	2
σ_j		0	0	0	1	0	12

∴ 该问题有无穷多最优解 $X^* = \alpha \begin{pmatrix} 18/5 \\ 3/5 \end{pmatrix} + (1-\alpha)\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$； $Z^*=12$

（2）其对偶问题为：

$$\min w = 4y_1 + 12y_2 + 3y_3$$
$$s.t. \quad -y_1 + 3y_2 + y_3 \geq 3$$
$$2y_1 + 2y_2 - y_3 \geq 2$$
$$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0$$

（3）用对偶单纯形法求解对偶问题有：

C_j		4	12	3	0	0	b
C_B	Y_B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	
0	y_4	1	-3	-1*	1	0	-3
0	y_5	-2	-2	1	0	1	-2
σ_j		4	12	3	0	0	0
0	y_3	-1	3	1	-1	0	3
0	y_5	-1	-5*	0	1	1	-5
σ_j		7	3	0	3	0	-9

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

kaoyan.com
考研加油站

0	y_3	-8/5	0	1	-2/5	3/5	0
-2	y_2	1/5	1	0	-1/5	-1/5	1
σ_j		32/5	0	0	18/5	3/5	-12

∴ 对偶问题最优解为 $Y^*=(0,1,0)^T$；$W^*=12$

3. 某经济问题求极小化过程中，用单纯形法迭代简化的表格如下，假定无人工变量，对 6 个未知数 $(a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6)$ 的约束条件选择填空，使以下说法为真。（每问 3 分，共 15 分）

X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
x_3	4	a_1	1	0	a_2	0	a_4
x_4	-1	-5	0	1	-1	0	2
x_5	a_3	-3	0	0	-4	1	3
σ_j	a_5	a_6	0	0	3	0	

（1）现行解有无穷多最优解。（ ）

$A.\ a_4\ge 0, a_5=0$,或 $a_6=0, a_1>0$；　$B.\ a_4\ge 0, a_5>0$,或 $a_6>0, a_1>0$；

$C.\ a_4<0, a_5<0$,或 $a_6>0, a_1>0$。

（2）现行解不可行。（ ）

$A.\ a_4>0$；　$B.\ a_4<0$；　$C.\ a_4$ 为任意数。

（3）一个约束有矛盾。（ ）

$A.\ a_4<0, a_1<0, a_2>0$；$B.\ a_4<0, a_1>0, a_2<0$；$C.\ a_4<0, a_1\ge 0, a_2\ge 0$。

（4）现行解是退化的基本可行解。（ ）

$A.\ a_4>0$；　$B.\ a_4<0$；　$C.\ a_4=0$。

（5）现行解是唯一最优解。（ ）

$A.\ a_4\ge 0, a_5>0, a_6>0$；$B.\ a_4\ge 0, a_5=0, a_6=0$；$C.\ a_4\ge 0, a_5<0, a_6<0$。

解：（1）A；　（2）B；　（3）C；　（4）C；　（5）A。

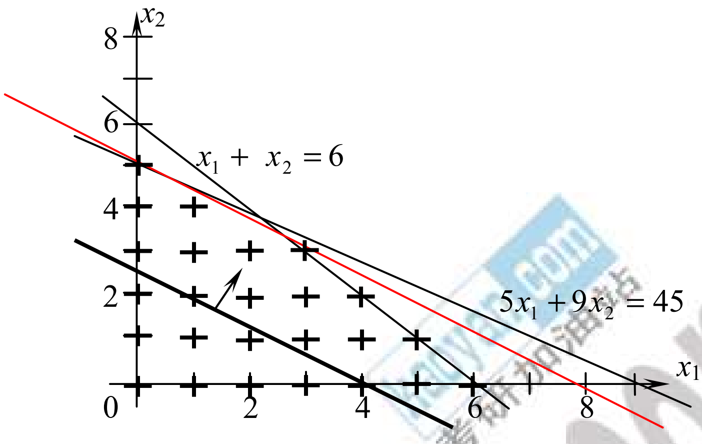
4. 求解整数规划问题：

$$\max z = 5x_1 + 8x_2$$
$$\text{s.t.}\quad x_1 + x_2 \le 6$$
$$5x_1 + 9x_2 \le 45$$
$$x_1, x_2 \ge 0 \text{ 且为整数。}$$

（15 分）

解：原问题用图解法求解过程为：

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com



∴X*=(0,5)^T；　Z*=40

5. 用最速下降法求 $\min f(X)=x_1^2+2x_2^2-4x_1-2x_1x_2$，取初始点为 $X^{(0)}=(1,1)^T$。（迭代一次即可）（15 分）

解：$$\nabla f(X)=\begin{pmatrix}\dfrac{\partial f(X)}{\partial x_1}\\ \dfrac{\partial f(X)}{\partial x_2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x_1-4-2x_2\\ 4x_2-2x_1\end{pmatrix}\qquad \therefore \nabla f(X^{(0)})=\begin{pmatrix}-4\\ 2\end{pmatrix}$$

令 $$d^{(0)}=-\nabla f(X^{(0)})=-\begin{pmatrix}-4\\ 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\ -2\end{pmatrix}$$

$$\because\quad f(X^{(1)})=f(X^{(0)}+\lambda_0 d^{(0)})=f(\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}+\lambda_0\begin{pmatrix}4\\ -2\end{pmatrix})=f\begin{pmatrix}1+4\lambda_0\\ 1-2\lambda_0\end{pmatrix}$$

$$=(1+4\lambda_0)^2+2(1-2\lambda_0)^2-4(1+4\lambda_0)-2(1+4\lambda_0)(1-2\lambda_0)$$

$$=40\lambda_0{}^2-20\lambda_0-3=\varphi(\lambda_0)$$

令 $\varphi'(\lambda_0)=80\lambda_0-20=0$

$$\therefore\quad \lambda_0=\frac{1}{4}$$

因此得 $$X^{(1)}=X^{(0)}+\lambda_0 d^{(0)}=\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}+\frac{1}{4}\begin{pmatrix}4\\ -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\ 1/2\end{pmatrix}$$

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

$\because \quad \nabla f(X^{(1)}) = \begin{pmatrix} 2x_1 - 4 - 2x_2 \\ 4x_2 - 2x_1 \end{pmatrix}_{\begin{pmatrix} 2 \\ 1/2 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\therefore$ 此时精度为：

$$\left\|\nabla f(X^{(1)})\right\| = \sqrt{(\frac{\partial f(X^{(1)})}{\partial x_1})^2 + (\frac{\partial f(X^{(1)})}{\partial x_2})^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

6. 某矿山新来 8 名工人，拟分给 3 个采掘队，每个采掘队最多只分 5 名工人。各采掘队得到新工人后产量增加量如下表。问如何分配新工人才能使总产量增加最大？试建立其动态规划求解模型（可不求解）。（15 分）

作业班组 \ 增加人数	0	1	2	3	4	5
第一采掘队	0	16	25	30	32	33
第二采掘队	0	10	14	16	17	17.5
第三采掘队	0	12	17	21	22	22.5

解：根据题意，原问题用动态规划求解模型为：

（1）按采掘队分为 3 阶段，K=（1，2，3，4），k=4 为终了阶段；

（2）x_k：第 k 阶段初拥有待分配新工人数；

有：$X_1=\{8\}$，$X_2=\{8,7,6,5,4,3\}$，$X_3=\{5,4,3,2,1,0\}$，$X=\{0\}$。

（3）u_k：第 k 阶段分配给第 k 采掘队的新工人数；

有：$U_1=\{0,1,2,3,4,5\}$，$U_2=\{0,1,2,\ldots,x_2\}(x_2\le 5)$；$U_2=\{x_2-5,\ldots,5\}(x_2>5)$，$U_3=\{x_3\}$。

（4）状态转移方程：$x_{k+1} = x_k - u_k$；

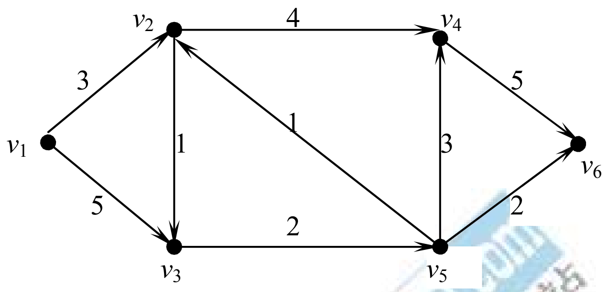
（5）阶段指标：见表，如：$d_2(3,2) = 14$；$d_3(2,1) = 12$；

（6）递推方程：$f_k(x_k) = \max\limits_{u_k \in U_k}\{d_k(x_k, u_k) + f_{k+1}(x_{k+1})\}$

（7）边界条件：$f_4(x_4) = 0$。

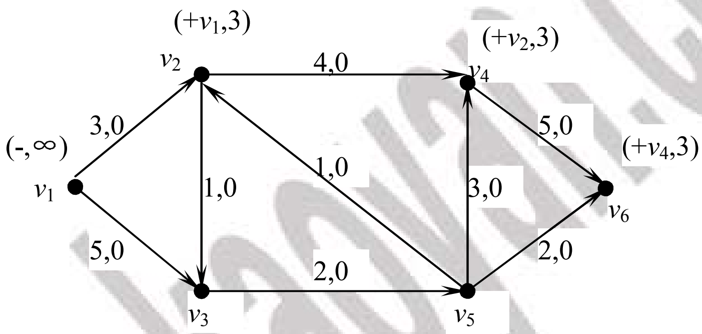
7. 求下图所示 v_1 至 v_6 的最大流。弧边数字为 c_{ij}。（15 分）

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

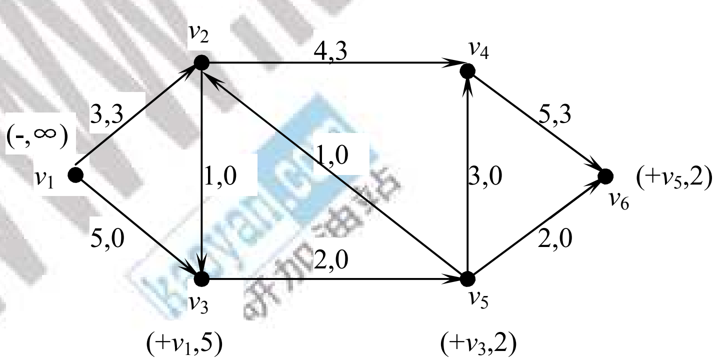


解：用 Ford-Fulkerson 方法求解。

（1）设初始流为 0，则寻找可扩充路（增广链）的标号过程如下：

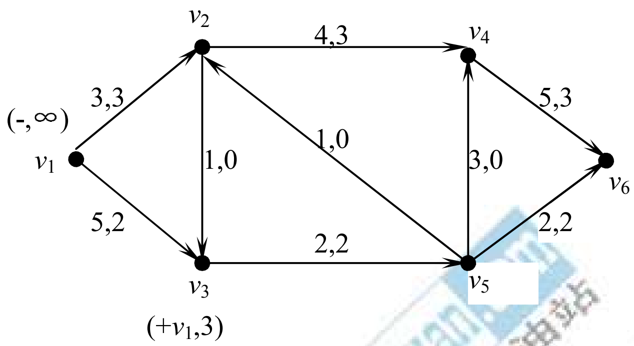


（2）调整流量，继续标号有：



（3）调整流量，继续标号有：

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com



（4）由图所示，标号过程进行不下去，即不存在 v_1-v_6 的可扩充路（增广链），根据可扩充路（增广链）定理，图示流即为最大流，maxQ=5。

8. 写出求解网络最小费用最大流问题的算法步骤。（15 分）

解：设 (c_{ij}, f_{ij}, a_{ij}) 分别表示（容量，流量，费用），最小费用最大流问题的算法步骤为：

（1）给定初始可行流 $\left\{f_{ij}^{(0)}\right\}=0$，迭代后得 $\left\{f_{ij}^{(k)}\right\}$；

（2）构造费用有向图（流增量图）$W(f_{ij}^{(k)})$，设 $W(f_{ij}^{(k)})$ 中弧得权 w_{ij} 为：

$$w_{ij}=\begin{cases} a_{ij} & f_{ij}<c_{ij} \\ +\infty & f_{ij}=c_{ij} \end{cases},\quad w_{ji}=\begin{cases} -a_{ij} & f_{ij}>0 \\ +\infty & f_{ij}=0 \end{cases}$$

其中 $w_{ij}=\infty$ 的弧可以去掉；

（3）求 $W(f_{ij}^{(k)})$ 中 v_1 至 v_n 的最小费用路（可扩充路）P；

（4）在最小费用路（可扩充路）P 上调整流量

$$f_{ij}^{(k+1)}=\begin{cases} f_{ij}^{(k)}+\theta & (v_i,v_j)\in P\text{的正向弧;} \\ f_{ij}^{(k)}-\theta & (v_i,v_j)\in P\text{的反向弧;} \\ f_{ij}^{(k)} & (v_i,v_j)\notin P \end{cases}$$

式中 $\theta=\min\left\{\min\limits_{P^+}(c_{ij}-f_{ij}^{(k)}),\min\limits_{P^-}(f_{ij}^{(k)})\right\}$

（5）重复（2）~（4）步，找不到 v_1 至 v_n 的最小费用路（可扩充路）P 时，则得到最小费用最大流，迭代结束。

9. 某矿山需决定选择三种露天作业方式：A_1、A_2、A_3 。不同作业方式的收益（元）主要取决于天气（见下表），要求：

（1）用不确定型决策方法，决定种哪一种作业方式。（8 分）

（2）如天气预报给出好天气的概率为 0.3，中等天气的概率为 0.4，坏天气的概率为 0.3，用风险型决策方法决定种哪一种作业方式。（8 分）

kaoyan.com
考研加油站

（3）假定事先能以 500 元购买到准确的天气预报，该矿山应买这个预报吗？（4 分）

策略 \ 自然状态	收益		
	好天气	中等天气	坏天气
A_1	25000	18000	10000
A_2	30000	12000	8000
A_3	20000	16000	12000

解：（1）用不确定型决策方法

等可能准则： $\max\left\{\frac{\sum_j d_{ij}}{n}\right\} = \max\{17666,16666,16000\} = 17666$

∴ $\alpha^* = A_1$

乐观准则： $\max \max_j \{d_{ij}\} = \max\{25000,30000,20000\} = 30000$

∴ $\alpha^* = A_2$

悲观准则： $\max \min_j \{d_{ij}\} = \max\{10000,8000,12000\} = 12000$

∴ $\alpha^* = A_3$

后悔值准则：

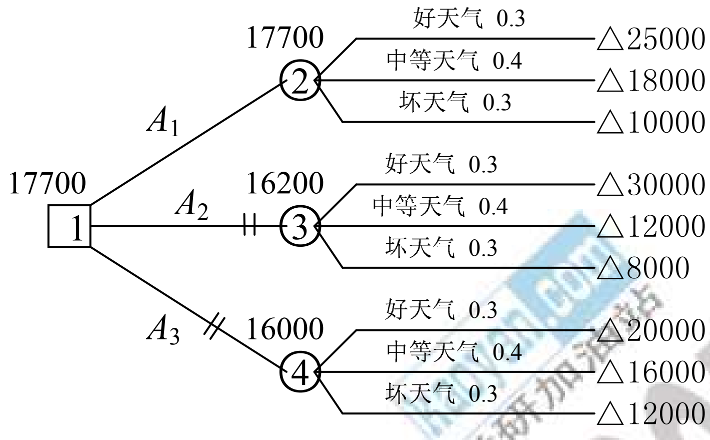
后悔值矩阵为： $D' = \begin{bmatrix} 5000 & 0 & 2000 \\ 0 & 6000 & 4000 \\ 10000 & 2000 & 0 \end{bmatrix}$

则 $\min \max_j \{d'_{ij}\} = \min\{5000,6000,10000\} = 5000$

∴ $\alpha^* = A_1$

（2）用风险型决策方法（最大期望收益）的决策树为：

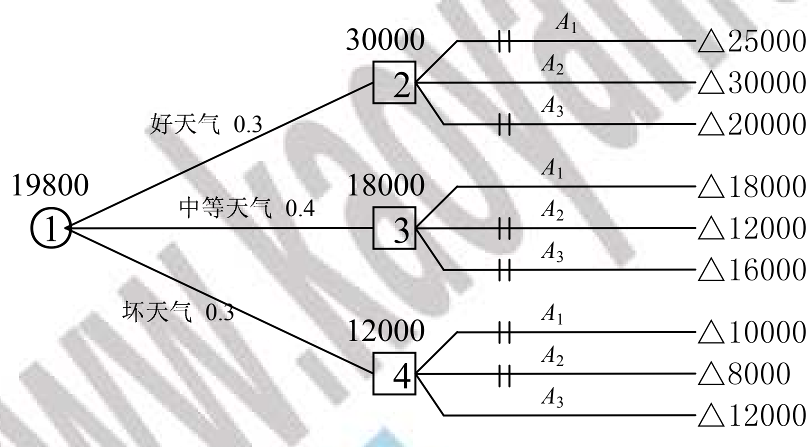
您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com



$\therefore\quad \alpha^* = A_1$， $E(A_1) = 17700$

（3）购买到准确的天气预报分析

完全情报的期望收益为



则完全情报的价值=完全情报的期望收益-最大期望收益

=19800-17700=2100

∴该矿山应以 500 元购买准确的天气预报。

（答题毕）

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com