

《固体物理学》试题标准答案

一、证明题（主要过程和结果）

1、如图（图略）格点 A、B、C、D 在同一晶列上，设此结构有一通过 B 点垂直于纸面的对称轴，即绕其旋转 α 角为一对称操作，在此操作作用下，格点 C 转至 C' 这表明，C' 必有一格点存在，周期性意味着每个格点都是等价的，即通过 C 必有一旋转轴。即绕此轴旋转 α 角必也为一对称操作。这一操作使 B 转至 B'，由几何关系可得

$$B'C' = mBC \quad B'C' = BC(1 - 2\cos\alpha)$$

$$\text{即 } (1 - 2\cos\alpha) = m$$

上式中将 m 分别代以 -1、0、1、2、3 可得 α 分别为

$$0, \frac{2\pi}{6}, \frac{2\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{2},$$

则存在 1、2、3、4、6 度旋转对称轴。

1、略

$$2、E_0 = \int E dN, \quad dN = CE^{\frac{1}{2}} dE$$

$$\text{则 } E_0 = \int E dN = \int CE^{\frac{3}{2}} dE = \frac{2}{5} C \varepsilon_F^{\frac{5}{2}}$$

$$\text{因为, } N = \frac{2}{3} C \varepsilon_F^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{则 } E_0 = \frac{3}{5} N \varepsilon_F$$

二、计算题（主要过程和结果）

$$1、\text{解：(1) } \mu = \sum \left(\pm \frac{1}{a_j} \right) = 2 \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots \right)$$

$$\text{又 } \ln 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots \quad \text{则 } \mu = 2 \ln 2$$

$$(2) U = N \left(\frac{B}{R^n} - \frac{\mu e^2}{4\pi \varepsilon_0 R} \right)$$

$$\frac{dU}{dR} = N \left(-\frac{nB}{R^{n+1}} + \frac{\mu e^2}{4\pi \varepsilon_0 R^2} \right) = 0$$

$$\text{可得 } U = \frac{2N \ln 2e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0} \left(\frac{1}{n} - 1 \right)$$

$$2. \text{ 解: (1) } g(\omega) = \frac{2L}{\pi a} (\omega_m^2 - \omega^2)^{-1/2}$$

$$(2) \quad g(\omega) = \frac{L}{\pi v}, \quad v = \sqrt{\frac{\beta}{m}} a, \quad \omega_D = \frac{\pi v N}{L}$$

$$(3) \quad Cv = Nk \frac{T}{\theta_D} \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} \frac{x^2 e^x}{e^x - 1} dx$$

$$3. \text{ 解: } m \left(\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} \right) = f(t) = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \text{—— 稳恒状态下}$$

$$\frac{P_x}{\tau} = -eE_x + \frac{e}{m} P_y B, \quad \frac{P_y}{\tau} = -eE_y - \frac{eB}{m} P_x$$

用 $-\frac{ne\tau}{m}$ 乘上式两边得

$$\sigma E_x = \omega_c \vec{g}_y + j_z \quad \text{其中 } \omega_c = \frac{eB}{m}, \quad \sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

$$\sigma E_y = -\omega_c \vec{g}_x + j_y$$

$$\text{实验中, } j_y = 0, \quad \text{则 } E_y = -\frac{\omega_c \tau}{\sigma} j_z = -\frac{1}{ne} B j_z$$

$$\text{则霍尔系数为, } R_H = -\frac{1}{ne}$$

$$3. \text{ 解: (1) } k=0 \text{ 时, } E(k)=0, \quad k=\pm\frac{\pi}{a} \text{ 时, } E(k)=\frac{2\hbar^2}{ma^2}$$

(2) 能带底部 ($k=0$) 附近

$$\cos ka = 1 - \frac{1}{2}(ka)^2, \quad \cos 2ka = 1 - \frac{1}{2}(2ka)^2$$

$$\text{则, } E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{4m}, \quad \text{由 } m^{*-1} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2}$$

$$\text{可得 } m^* = 2m$$