武汉科技大学
2007 年硕士研究生入学考试试题
（参考答案）

课程名称：413　矿 业 运 筹 学

1. 某矿准备从 9 月份到 12 月份，共四个月中组织生产某种成品矿。由于生产能力的限制，每月至多生产 600 吨产品，在 11、12 两个月份可以组织部分工人加班，但加班产量最多只能达到 200 吨。成本核算结果表明，9、10 两个月生产一吨产品的成本为 120 元，而 11、12 两个月生产一吨产品的成本为 150 元，由于支付加班费及冬季取暖等原因，若在 11、12 两个月加班，则单位产品成本分别上升到 180 元和 200 元。已知这四个月对该产品的需求量分别为 400，600，800，700 吨，若满足当月需求外产品有剩余，则可由产品仓库库存，库存费为 50 元/（吨.月）。问如何安排这四个月的生产及加班计划才能满足各月需求并使总成本最小，要求年底结束时，产品的库存量为零。试建立线性规划模型（不求解）。　（15 分）

解：设 9、10、11、12 月各生产 x_1,x_2,x_3,x_4 吨，11、12 月加班生产各 x_5,x_6 吨，则有

$$\min Z=[120(x_1+x_2)+50(x_1-400)+50(x_2-600)]+180(x_3+x_5)+200(x_4+x_6)+50(x_4+x_6-700)$$

$$\begin{cases} x_i\le 600(i=1,2,3,4)(\text{生产能力限制}) \\ \left.\begin{array}{l} x_5\le 200 \\ x_6\le 200 \end{array}\right\}(\text{加班产量限制}) \\ \left.\begin{array}{l} x_1\ge 400 \\ x_2\ge 200 \\ x_3+x_5\ge 800 \\ x_4+x_6\ge 700 \end{array}\right\}(\text{需求量限制}) \\ x_i\ge 0,(i=1,2,\Lambda,6) \end{cases}$$

简化后为：

$$\min Z=170x_1+170x_2+180x_3+250x_4+180x_5+250x_6-85000$$

$$\begin{cases} x_i\le 600 \quad (i=1,2,3,4) \\ x_j\le 200 \quad (j=1,2,3,4) \\ x_1\ge 400 \\ x_2\ge 600 \\ x_3+x_5\ge 800 \\ x_4+x_6\ge 700 \\ x_i\ge 0 \quad (i=1,2,\Lambda,6) \end{cases}$$

2. 已知线性规划问题：

$$\max Z = x_1 + 2x_2$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 2 \\ -x_1 + 2x_2 \le 7 \\ x_1 \le 3 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

的最终单纯形表为：

C_B	X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
2	x_2	0	1	0	1/2	1/2	5
1	x_1	1	0	0	0	1	3
0	x_3	0	0	1	-1/2	3/2	3
σ_j		0	0	0	1	2	

（1）写出其对偶规划。（8 分）

（2）求出对偶问题最优解。（7 分）

（3）写出最优基矩阵 B 及其逆矩阵 B^{-1}。（10 分）

解：（1）对偶规划为：

$$\min \omega = 2y_1 + 7y_2 + 3y_3$$

$$-2y_1 - y_2 - y_3 \ge 1$$

$$y_1 + 2y_2 \ge 2$$

$$y_1，\ y_2 \ge 0$$

（2）由单纯形表可得对偶问题最优解为：

$$Y^* = (0,1,2)^T$$

（3）$B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$，$B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1/2 & 3/2 \end{bmatrix}$

3. 求解下列线性规划问题

$$\max Z = x_1 + x_2$$

$$s.t.\begin{cases}2x_1+3x_2\le 12\\ |x_2-1|\le 3\\ x_1\ge 0, x_2\text{无限制}\end{cases}$$ （20 分）

解：原问题标准化为：$\min Z'=-x_1-x_2+x_3$

$$s.t.\begin{cases}2x_1+3x_2-3x_3+x_4 &=12\\ x_2-x_3+x_5 &=4\\ -x_2+x_3+x_6 &=2\\ x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\ge 0\end{cases}$$

用表格单纯形法求解有

C_j		-1	-1	1	0	0	0	b
C_B	X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
0	x_4	2*	3	-3	1	0	0	12
0	x_5	0	1	-1	0	1	0	4
0	x_6	0	-1	1	0	0	1	2
σ_j		-1	-1	1	0	0	0	0
-1	x_1	1	3/2	-3/2	1/2	0	0	6
0	x_5	0	1	-1	0	1	0	4
0	x_6	0	-1	1*	0	0	1	2
σ_j		0	1/2	-1/2	1/2	0	0	-6
-1	x_1	1	0	0	1/2	0	3/2	9
0	x_5	0	0	0	0	1	1	6
1	x_3	0	-1	1	0	0	1	2
σ_j		0	0	0	1/2	0	1/2	-7

$\therefore\ Z'^*=-7$，$X^*=(9,0,2,0,6,0)^T$

因此还原到原问题解为：$Z^*=7$，$X^*=(9,-2)^T$

4. 设某公司有 A、B、C 三个加工车间，分别生产三种产品。现该公司拟将五台数控机床分配给这三个加工车间，各车间利用这些设备可为公司创造的利润如下表所示。问该公司应如何分配这些数控机床，才能使总利润最大（只建模型）？ （20 分）

车间 \ 增加设备数	0	1	2	3	4	5
A	0	3	6	9	11	14
B	0	5	9	12	12	12
C	0	4	7	10	11	11

解：这是一个离散资源分配问题，用动态规划方法却很容易求得问题的解。

（1）将问题按加工车间 A、B、C 分为三个阶段，即 K=（1，2，3，4），k=4 为终了阶段；

（2）x_k：表示分配给第 k 个车间至第 n 个车间的设备数量；

有：$X_1=\{5\}$，$X_2=\{5,4,3,2,1,0\}$，$X_3=\{5,4,3,2,1,0\}$，$X_4=\{0\}$。

（3）u_k：表示分配给第 k 个车间的设备台数；

有：$U_1=U_2=\{0,1,2,3,4,5\}$，$U_3=\{x_3\}$。

（4）状态转移方程：$x_{k+1}=x_k-u_k$；

（5）阶段指标为 x_k 台设备分配给第 k 个车间所能创造的利润，见表，

如：$d_2(3,2)=9$ ；$d_3(2,1)=4$；

（6）用 $f_k(x_k)$ 表示 x_k 台设备分配给第 k 个车间至第 n 个车间时所能创造的最大利润，则递推关系式为

$$f_k(x_k)=\max_{u_k\in U_k}\{d_k(x_k,u_k)+f_{k+1}(x_{k+1})\},\quad k=3,2,1$$

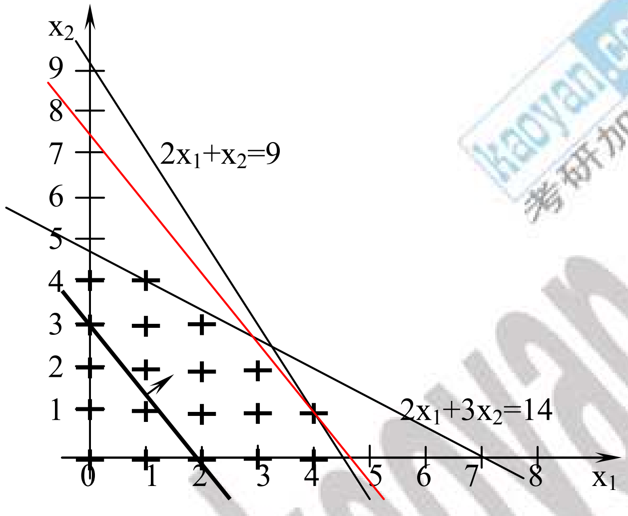
（7）边界条件：$f_4(x_4)=0$。

5. 求解整数规划问题：

$$\max z=3x_1+2x_2$$
$$\text{s.t.}\quad \begin{cases} 2x_1+3x_2\le 14 \\ 2x_1+x_2\le 9 \\ x_1,x_2\ge 0 \text{ 且为整数。} \end{cases}$$

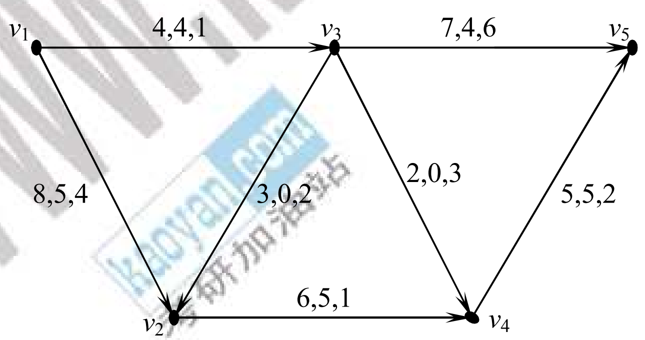
（20 分）

解：原问题用图解法求解过程为：

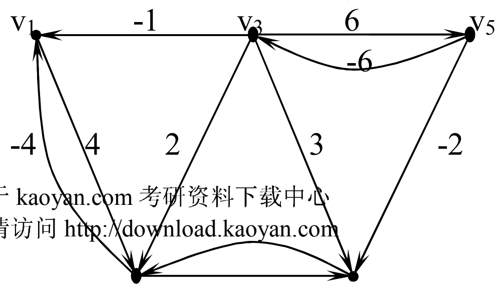


6. 证明下图中 v_1 至 v_5 流为最小费用最大流。弧边数字为（c_{ij}，f_{ij}，a_{ij}）

（15 分）



证明：由原流图可作出其费用有向图 $W(f_{ij}^k)$ 为：



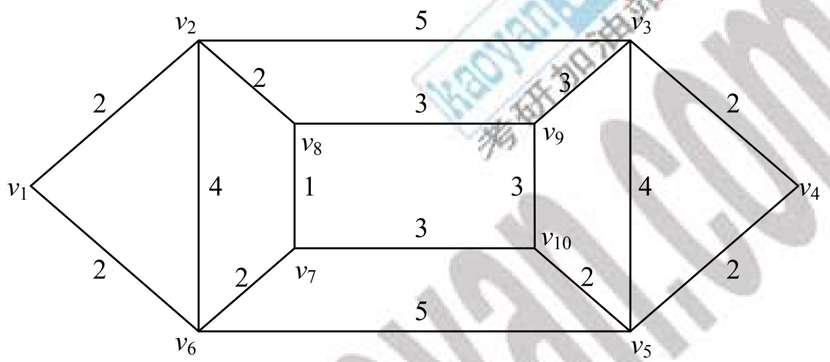
-1

v2 1 v4

而费用有向图$W(f_{ij}^k)$中不存在从 v_1 至 v_5 的费用最短路，所以原图所示为最小费用最大流。其最大流为 9，最小费用为

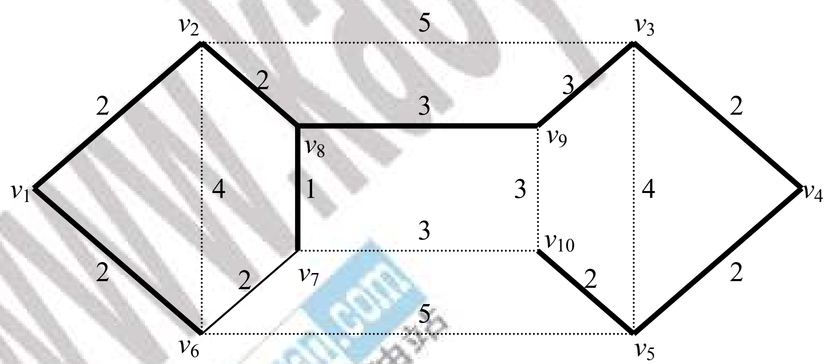
$$4\times1+5\times4+4\times6+5\times1+5\times2=63。$$

7. 求下图的最小支撑树和最大支撑树。（15 分）



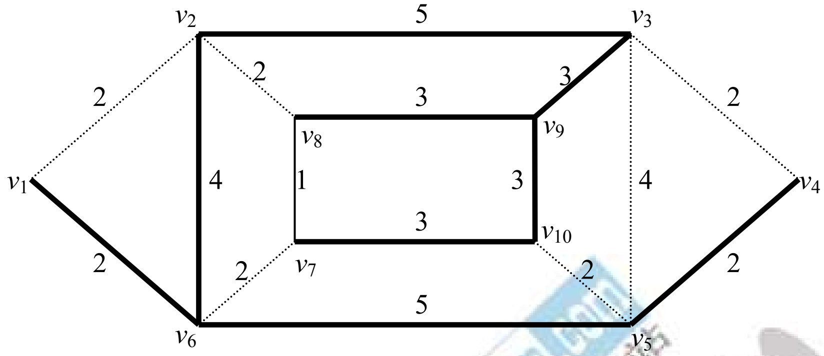
解：用避圈法或破圈法求解有（解中图不唯一）

原图的最小支撑树为：



W（T_{min}）=19

原图的最大支撑树为：



W（T_{max}）=30

8. 根据市场预测，某矿山其产品的需求量可能为 100、150、200 或 250 万 t，矿产品生产成本为 25 元/t，而售价为 35 元/t。假设产品生产后不能外销其价值为零，要求：

（1）写出该问题的益损值表；（10 分）

（2）分别用等可能准则、乐观准则、悲观准则、后悔值准则，确定企业最优生产数量。（10 分）

解：（1）根据题意该问题的益损值表为：

α_i \ S_j	100	150	200	250
100	1000	1000	1000	1000
150	-250	1500	1500	1500
200	-1500	250	2000	2000
250	-2750	-1000	750	2500

（2）等可能准则：$\max\left\{\dfrac{\sum_j d_{ij}}{n}\right\}=\max\{1000,1062.5,687.5,-125\}=1062.5$

$\alpha^*=\alpha_2$

乐观准则：$\max\max_j\{d_{ij}\}=\max\{1000,1500,2000,2500\}=2500$

$\alpha^*=\alpha_4$

悲观准则：$\max\min_j\{d_{ij}\}=\max\{1000,-250,-1500,-2750\}=1000$

$$\alpha^* = \alpha_1$$

后悔值准则：后悔值矩阵为：$D' = \begin{bmatrix} 0 & 500 & 1000 & 1500 \\ 1250 & 0 & 500 & 1000 \\ 2500 & 1250 & 0 & 500 \\ 3750 & 2500 & 1250 & 0 \end{bmatrix}$

则 $\min \max_j \{d'_{ij}\} = \min\{1500, 1250, 2500, 3750\} = 1250$

$$\alpha^* = \alpha_2$$

（答题毕）