

武汉科技大学 2007 年硕士研究生入学考试试题答案

考试科目及代码： 控制原理 428

1. 对题 1 图所示机械系统，其中 x_i 、 x_o 分别为输入和输出位移，求

- 1) 建立系统的微分方程；
- 2) 求系统的传递函数 $X_o(s)/X_i(s)$ ，并给出传递函数的量纲；
- 3) 当输入 $x_i(t)$ 为单位阶跃位移时，求系统的单位阶跃响应 $x_o(t)$ 。

(本题 25 分)

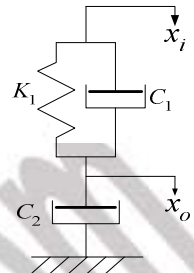
解：1) $K_1(x_i - x_o) + C_1(\dot{x}_i - \dot{x}_o) = C_2\dot{x}_o$ (9 分)
 $(C_1 + C_2)\dot{x}_o + K_1x_o = C_1\dot{x}_i + K_1x_i$

2) $\frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{C_1s + K_1}{(C_1 + C_2)s + K_1}$ (6 分)

3) $X_i(s) = \frac{1}{s}$

$$X_o(s) = \frac{C_1s + K_1}{(C_1 + C_2)s + K_1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s} - \frac{C_2}{(C_1 + C_2)s + K_1}$$

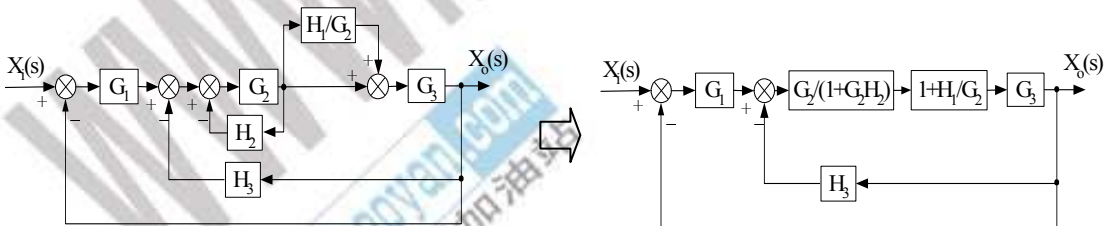
$$x_o(t) = 1 - \frac{C_2}{C_1 + C_2} e^{-\frac{K_1}{C_1 + C_2}t} \quad (10 \text{ 分})$$



题 1 图

2. 通过框图化简，求图示系统的传递函数 $X_o(s)/X_i(s)$ 。(本题 20 分)

1) 框图化简(10 分)



2) 求传递函数(10 分)

$$\frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{G_1 \frac{G_2 + H_1}{1 + G_2 H_2} \cdot G_3}{1 + \frac{G_1 (G_2 + H_1) G_3}{1 + G_2 H_2} + \frac{(G_2 + H_1)}{1 + G_2 H_2} \cdot G_3 \cdot H_3} = \frac{G_1 (G_2 + H_1) G_3}{1 + G_2 H_2 + (G_1 + H_3)(G_2 + H_1) G_3}$$

3. 单位负反馈系统的开环传递函数为 $G_k(s) = \frac{K}{s^3 + 12s^2 + 20s}$, 求:

- 1) 利用劳斯判据确定使系统稳定的 K 值范围;
- 2) 当输入分别为单位阶跃函数、单位斜坡函数和单位抛物线函数时, 系统的稳态误差分别为多少。

(本题 20 分)

解: 1) 确定 K (12 分)

系统特征方程: $s^3 + 12s^2 + 20s + K = 0$

$$\begin{array}{ccc|c} s^3 & 1 & 20 & \\ s^2 & 12 & K & \\ s^1 & \frac{240-K}{12} & 0 & \\ s^0 & K & & \end{array} \Rightarrow 0 < K < 240$$

2) 确定稳态误差 (8 分)

这是一个 I 型系统, 则 $K_p = \infty$, $K_v = K/20$, $K_a = 0$, 即有:

$$e_{ssp} = \frac{1}{1 + K_p} = 0 \quad \text{单位阶跃输入}$$

$$e_{ssv} = \frac{1}{K_v} = \frac{20}{K} \quad \text{单位斜坡输入}$$

$$e_{ssa} = \frac{1}{K_a} = \infty \quad \text{单位抛物线输入}$$

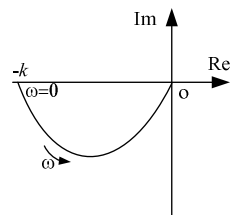
4. 设单位负反馈系统开环传递函数为 $G(s) = \frac{k}{s-1}$ ($k > 0$), 要求:

- 1) 作出系统的开环 Nyquist 图 (须写出系统开环幅频和相频特性表达式);
- 2) 利用 Nyquist 判据确定系统的稳定性与系统开环增益 k 的关系。

(本题 20 分)

解: (1) (绘图 6 分, 幅频和相频特性表达式各 2 分)

$$G(j\omega) = \frac{k}{j\omega - 1}, |G(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{\omega^2 + 1}}, \angle G(j\omega) = -\pi + \arctan \omega$$



(2) 稳定性判断 (10 分)

由图可知,

$K > 1$, 开环 Nyquist 轨迹逆时针绕 $(-1, j0)$ 的圈数等于系统开环极点数 1, 系统闭环稳定, 同理:

$K = 1$, 临界稳定

$K < 1$, 系统不稳定。

5. 已知单位负反馈系统开环传递函数 $G(s) = \frac{K}{s(s+10)}$,

- 1) 当阻尼比为 0.5 时, 求 K 值;
- 2) 当输入为 $r(t) = 2\sin(2t + 45^\circ)$ 时, 求系统对输入的稳态输出。

(本题 20 分)

解: (1) 求 K (10 分)

$$G_B(s) = \frac{K}{s^2 + 10s + K}, \quad \omega_n^2 = K$$

$$\Theta \quad 2\xi\omega_n = 10 \quad \therefore \omega_n = 10s^{-1} \quad K = 100$$

(2) 求稳态谐波输出 (10 分)

$$\Theta |G_B(j\omega)|_{\omega=2} = \frac{100}{\sqrt{(100-\omega^2)^2 + (10\omega)^2}} \Big|_{\omega=2} = 1.02$$

$$\angle G_B(j\omega) \Big|_{\omega=2} = -\arctan \frac{10\omega}{100-\omega^2} \Big|_{\omega=2} = -11.77^\circ$$

$$\therefore x_o(t) = 2|G_B(j2)|\sin(2t + 45^\circ + \angle G_B(j2)) = 8.34\sin(2t + 33.23^\circ)$$

(直接代入 K 也可)

6. 设单位负反馈系统开环传递函数 $G_k(s) = \frac{10}{s(s^2 + 4s + 100)}$, 求

- 1) 写出系统开环幅频、相频特性表达式;
- 2) 绘制系统开环对数幅频特性 (渐近线) 和相频特性;
- 3) 确定该系统的相位穿越频率, 并判断系统的稳定性。

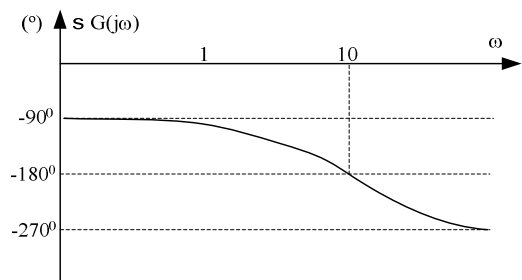
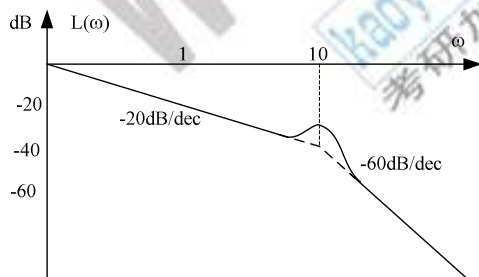
(本题 25 分)

解: 1) 写出系统开环幅频、相频特性表达式 (8 分)

$$|G(j\omega)| = \frac{10}{\omega\sqrt{(100-\omega^2)^2 + (4\omega)^2}}, \quad \angle G(j\omega) = -90^\circ - \arctan \frac{4\omega}{100-\omega^2}$$

2) 作图 (幅频 3 分, 相频 3 分, 阻尼比判断 2 分)

$$\omega_n = 10s^{-1}, \xi = 0.2 < 0.707 \quad (\text{有谐振})$$



2) 求 ω_g (5 分)

$$\ominus \angle G(j\omega_g) = -180^\circ$$

$$\therefore \arctan \frac{4\omega_g}{100 - \omega_g^2} = 90^\circ$$

$$\omega_g = 10 \text{ s}^{-1}$$

稳定性(4 分):

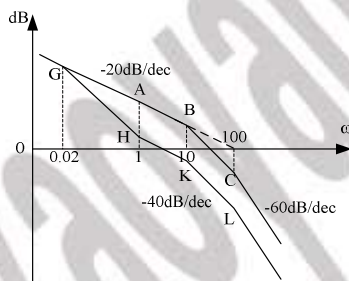
$$\ominus |G(j\omega_g)| = \frac{10}{10 \times 40} = 0.025 < 1$$

即系统开环 Nyquist 轨迹不包围 $(-1, j0)$, 而系统开环稳定, 因此系统闭环稳定。

7. 下图中 \overline{ABC} 是未加校正环节前系统的 Bode 图; \overline{GHL} 是加入某种串联校正环节后的 Bode 图, 要求

- 1) 试说明它是哪种校正方法, 写出该校正环节的传递函数;
- 2) 证明系统的开环增益 $k=100$ 。

(本题 20 分)



解: (1) 判断校正装置类型(10 分)

由于校正后系统高频增益下降, 因此这是一种相位滞后校正。校正装置传递函数:

$$G_c(s) = \frac{s+1}{\frac{s}{0.02}+1} = \frac{s+1}{50s+1}$$

(2) 确定 K(10 分)

这是一个 I 型系统, 其低频段对数幅频特性为 $L(\omega) = 20 \lg \frac{K}{\omega}$, 当 $K=\omega$ 时, $L(\omega)=0\text{dB}$.

$$\therefore K=100$$