

准考证号码：

报考学科、专业：

姓名：

密封线内不要写题

武汉科技大学

二00八年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目及代码： 数学分析 (614)

适用专业： 应用数学 概率论与数理统计

说明：1. 可使用的常用工具： 计算器

2. 答题内容写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上一律无效。考完后试题随答题纸交回。

3. 考试时间 3 小时，总分值 150 分。

一、填空（每题 7 分，共 49 分）。

1、 $f'(x^3+1)=1+3x^6$ ，且 $f(0)=-1$ ，则 $f(x)=$ _____。

2、 $z=x^{xy}$ ，则 $dz=$ _____。

3、 $p \neq -1$ ，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^p + 2^p + \cdots + n^p}{n^{p+1}} =$ _____。

4、 $\int \frac{dx}{x^2(x+1)} =$ _____。

5、由方程 $e^z = y^2 - xz$ 确定的隐函数 $z = z(x, y)$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ _____。

6、 $f(x) = \frac{x^2 - x}{|x|(x^2 - 1)}$ ，则 $f(x)$ 的第二类间断点是 $x =$ _____。

7、设 $D: |x| + |y| \leq 1$ ，则 $\iint_D (2x - y + 1) dx dy =$ _____。

二、计算题（每题 12 分，共 48 分）。

1、设 $b > -1$ ， $c \neq 0$ 。确定实数 a, b, c 的值，使 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax - \sin x}{\int_b^x \frac{\ln(1+t^3)}{t} dt} = c$ 。

2、求 $\int_L (2xy^3 - y^2 \cos x) dx + (1 - 2y \sin x + 3x^2 y^2) dy$ ，其中 L 为抛物线 $2x = \pi y^2$ 上由点 $(0, 0)$ 至点 $(\frac{\pi}{2}, 1)$ 。

3、确定级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1}$ 的收敛域，并求其和函数。

4、求 $\int_0^{\pi} e^x \cos^2 x dx$ 。

三、(14分) $g(x) = \int_0^{+\infty} e^{-y^2} \cos 2xy dy$ ，证明：

$$1) \quad g'(x) + 2xg(x) = 0$$

$$2) \quad g(x) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-x^2}。$$

四、(14分) 已知

$$f(x, y) = \begin{cases} (x+y)^2 \sin \frac{1}{x^2+y^2} & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2+y^2 = 0 \end{cases}, \text{ 问 } f(x, y) \text{ 在 } (0, 0) \text{ 处是否可微?}$$

五、(14分) 设 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 上连续，且 $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ 收敛：

1) 证明：存在数列 $x_n \in [a, +\infty)$ ，它满足 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = +\infty$ ，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = 0$ 。

2) 若 $f(x) \geq 0$ ，是否有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ，为什么？

六、(11分) 设 $f(x)$ 为 $[a, b]$ 上的单调递增函数（不一定连续），并且 $f(a) \geq a$ ， $f(b) \leq b$ ，

证明：存在 $x_0 \in [a, b]$ ，使得 $f(x_0) = x_0$ 。