武汉科技大学

二００九年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目及代码：高等代数 820

适用专业：应用数学、概率论与数理统计

说明：1、可使用的常用工具：可使用无存储、记忆功能的计算器。

2、答题内容写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上一律无效，考完后试题随答题纸交回。

3、考试时间 **3** 小时，总分值 150 分。

准考证号码：

报考学科、专业：

姓名：

密封线内不要写题

说明：本试卷中，$|A|$ 表示行列式，A^* 表示 A 的伴随矩阵，$R(A)$ 表示矩阵 A 的秩，E 表示单位矩阵，A^T 表示矩阵 A 的转置

一、填空(30 分共 6 小题)

1、设 A 是 3 阶矩阵，且 $|A|=3$，则 $|2A^*|$ ________

2、设 $f(x)=\begin{vmatrix} 2x & x & 1 & 2 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix}$，$A_{ij}$ 是 a_{ij} 的代数余子式。$A_{11}+A_{12}+A_{13}+A_{14}=$ ________

3、A 是 3 阶对称矩阵，特征值为 1，2，3，当 t ________ 时，$tE-A$ 是半正定的。

4、λ 矩阵 $A(\lambda)=\begin{pmatrix} \lambda^2+\lambda & & \\ & \lambda & \\ & & (\lambda+1)^2 \end{pmatrix}$ 的标准形为 ________

5、$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，则 $\lambda E-A$ 的初等因子是 ________

6、设 $A=(A_1,A_2)$，其中 A_1 是 m 阶矩阵，若 A 可用初等行变换化为矩阵 (E,D)，则 $D=$ ________

二、选择题（20 分共 4 小题）

1、设 $f(x)=x^5-5x^4+7x^3-2x^2+4x-8$，则 $x=2$ 是_____

（A） $f(x)$ 的单根；　　（B） $f(x)$ 的二重根；

（C） $f(x)$ 的三重根；　　（D） $f(x)$ 的四重根。

2、若 A,B 为正定矩阵，则______

（A） $AB, A+B$ 都正定；　　（B） AB 正定，$A+B$ 非正定；

（C） AB 非正定，$A+B$ 正定；　　（D） AB 不一定正定，$A+B$ 正定。

3、 A 为 n 阶矩阵，且 $A^2=A$，则 $R(A)+R(A-E)$

（A） $\le n$；　　（B） $=n$；

（C） $\ge n$；　　（D）以上三种情况都有可能。

4、已知 A 是 3 阶矩阵，$R(A)=1$，则 $\lambda=0$ ______

（A）必是 A 的二重特征根；　　（B）至多是 A 的二重特征根；

（C）至少是 A 的二重特征根；　　（D）一重，二重，三重特征根都有可能。

三、（15 分）

a,b 取什么值时，线性方程组

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=1 \\ 3x_1+2x_2+x_3+x_4-3x_5=a \\ x_2+2x_3+2x_4+6x_5=3 \\ 5x_1+4x_2+3x_3+3x_4-x_5=b \end{cases}$$

有解？在有解的情形下，求一般解。

四、（10 分）求向量组的极大线性无关组与秩

$\alpha_1=(1,-1,2,4)^T, \alpha_2=(0,3,1,2)^T, \alpha_3=(3,0,7,14)^T, \alpha_4=(1,-1,2,0)^T, \alpha_5=(2,1,5,6)^T$，

五、（10 分）设线性空间 V^4 中两组基（Ⅰ）$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$；（Ⅱ）$\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4$ 满足

$\alpha_1+2\alpha_2=\beta_3, \alpha_2+2\alpha_3=\beta_4, \beta_1+2\beta_2=\alpha_3, \beta_2+2\beta_3=\alpha_4$

（1）求基（Ⅰ）到基（Ⅱ）的过渡矩阵 C。 （2）求向量 $\alpha=2\beta_1-\beta_2+\beta_3+\beta_4$ 在基（Ⅰ）下的坐标。

六、（15 分）求正交矩阵Q使Q^TAQ成对角形

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

七、（10 分）在R^3中，定义变换$T(x_1,x_2,x_3)=(2x_1-x_2,x_2+x_3,x_1)$

（1）验证T是线性变换。（2）求T在基$e_1=(1,0,0),e_2=(1,1,0),e_3=(1,1,1),$下的矩阵。

八、（40 分，共 4 小题）

1、设$\beta_1=\alpha_2+\alpha_3+\cdots+\alpha_r,\beta_2=\alpha_1+\alpha_3+\cdots+\alpha_r,\cdots,\beta_r=\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_{r-1}$，证明$\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_r$与$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$有相同的秩。

2、设由向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$生成的空间为$L=\{\alpha\mid\alpha=l_1\alpha_1+l_2\alpha_2+\cdots+l_m\alpha_m,l_i\in R\}$，证明空间$L$的维数等于向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$的秩。

3、设A,B都是正定矩阵，证明$tr(AB)\le(\max_i\lambda_i)trB$，其中$\lambda_i$是$A$的特征值，$trB$表示矩阵$B$的迹（即矩阵对角线元素之和）。

4、设P是主对角线上全为 1 的上三角矩阵，$B=P^TAP$，证明A与B对应的顺序主子式有相同的值。