

# 武汉科技学院

## 2008 年招收硕士学位研究生试卷

科目代码 626

科目名称 高等数学 (A 卷)

考试时间 2008 年 1 月 20 日上午

报考专业

- 1、试题内容不得超过画线范围，试题必须打印，图表清晰，标注准确。
- 2、试题之间不留空格。
- 3、答案请写在答题纸上，在此试卷上答题无效。

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	得分
得分												

本试卷总分 150 分，考试时间 3 小时。

### 一、填空题（每题 4 分，共 20 分）

1、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x} = \underline{\hspace{2cm}}$

2、设  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1, \\ ax + b, & x > 1, \end{cases}$  且  $f(x)$  在  $x = 1$  处可导，则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3、设  $f(x) = x + \int_0^x f(u) du$ ， $f(x)$  为可微函数，则  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4、函数  $u = xy^2z$  在点  $P(1, -1, 2)$  处最大方向导数为  $\underline{\hspace{2cm}}$

5、已知向量  $a = 4i - 2j$ ,  $b = -i/2 - j + k$ ，则数量积  $a \cdot b = \underline{\hspace{2cm}}$ ，向量积  $a \times b = \underline{\hspace{2cm}}$

### 二、单项选择题（每题 4 分，共 20 分）

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1 - x^2}{x^4} = ( \quad )$

(A)  $e$  (B) 1 (C) 0 (D)  $1/2$

2、级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^n}{n^2} ( \quad )$

(A) 绝对收敛 (B) 条件收敛 (C) 发散 (D) 可能收敛，也可能发散

3、若点(1, 3)为曲线  $y = ax^3 + bx^2$  的拐点, 则 ( )

(A)  $a = -9/2, b = 3/2$  (B)  $a = 9/2, b = -3/2$

(C)  $a = -3/2, b = 9/2$  (D)  $a = 3/2, b = 9/2$

4、已知  $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$ , 则  $\frac{d^2 y}{dx^2} = ( )$

(A)  $\frac{-1}{3a \cos^4 t \sin t}$

(B)  $\frac{1}{3a \cos^4 t \sin t}$

(C)  $-\sec^2 t$

(D)  $\frac{1}{3a \cos^2 t \sin^3 t}$

5、经过点 (0, 2, 4) 且与  $x + 2z = 1$  和  $y - 3z = 2$  平行的直线为 ( )

(A)  $\frac{x}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{1}$ ; (B)  $\frac{x}{-2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-4}{1}$ ;

(C)  $\frac{x}{-3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-4}{1}$ ; (D)  $\frac{x}{-3} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{-1}$

### 三、计算下列各题 (每题 8 分, 共 64 分)

1、求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} (x-1)^{2n}$  的收敛半径和收敛域.

2、设  $z^3 - 3xyz = a$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  和  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

3、计算积分  $\int x \arctan x dx$

4、计算积分  $\int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$

5、求曲面  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$  上平行于平面  $x + 4y + 6z = 0$  的切平面方程.

6、计算  $\iint_{\substack{0 \leq x \leq \pi \\ 0 \leq y \leq \pi-x}} |\cos(x+y)| dx dy$ .

7、计算曲线积分  $\int_L e^x (1 - \cos y) dx - e^x (2 - \sin y) dy$ , 其中  $L$  为沿  $y = \sin x$  从  $O(0,0)$  到  $A(\pi,0)$  的一段弧.

8、计算  $\iint_{\Sigma} (x^2 - yz)dydz + (y^2 - zx)dzdx + 2zdx dy$  ,  $\Sigma$  是  $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$  被  $z = 0$  所截部分的上侧.

四、(10 分) 在  $y$  轴上给定一点  $(0, b)$  , 求此点到抛物线  $4y = x^2$  的最短距离.

五、(10 分) 计算由椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  所围成的图形绕  $x$  轴旋转一周而成的立体的体积.

六、(10 分) 求微分方程  $y'' - 2y' - 3y = 3x - 1$  的通解.

七、(8 分) 将函数  $f(x) = \arctan x$  展开成  $x$  的幂级数.

八、(8 分) 设  $f(x)$  是  $[a, b]$  上的正值可微函数, 证明: 存在点  $\xi$  ( $a < \xi < b$ ), 使得

$$\ln \frac{f(b)}{f(a)} = \frac{f'(\xi)}{f(\xi)}(b-a)$$