武汉科技学院
2008 年招收硕士学位研究生试卷

科目代码 626 **科目名称** 高等数学（B 卷）

考试时间 2008 年 1 月 20 日上午 **报考专业**

1、试题内容不得超过画线范围，试题必须打印，图表清晰，标注准确。
2、试题之间不留空格。
3、答案请写在答题纸上，在此试卷上答题无效。

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	得分
得分												

本试卷总分 150 分，考试时间 3 小时。

一、填空题（每题 4 分，共 20 分）

1、$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{\tan 3x}=$______

2、设 $f(x)=\begin{cases} x^2, x\le 1, \\ ax+b, x>1, \end{cases}$ 且 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导，则 $a=$____，$b=$______.

3、已知向量 $a=i\text{-}2j, b=i-j+k$ ，则数量积 $a\cdot b=$______，向量积 $a\times b=$__________

4、函数 $z=x^2+y^2$ 在点 P (1,2) 处沿从点 (1,2) 到点 $(2, 2+\sqrt{3})$ 方向的方向导数为_________

5、设 $f(x)=x+\int_0^x f(u)\,du$ ，$f(x)$为可微函数，则 $f(x)$=________.

二、单项选择题（每题 4 分，共 20 分）

1、$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{2x}\right)^x=$（　　　）

（A）1/2　　（B）1　　（C）0　　（D）$e^{-1/2}$

2、级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{\sin n}{n^2}$（　　　）

（A）绝对收敛　（B）条件收敛　（C）发散　（D）可能收敛，也可能发散

3、若点(1，3)为曲线 $y=ax^3+bx^2$ 的拐点，则（　　）

（A）$a=-9/2,b=3/2$　　（B）$a=9/2,b=-3/2$

（C）$a=-3/2,b=9/2$　　（D）$a=3/2,b=9/2$

4、已知 $\begin{cases} x=a\cos^3 t \\ y=a\sin^3 t \end{cases}$，则 $\dfrac{d^2y}{dx^2}=$（　　）

（A）$\dfrac{-1}{3a\cos^4 t\sin t}$　　（B）$\dfrac{1}{3a\cos^4 t\sin t}$

（C）$-\sec^2 t$　　（D）$\dfrac{1}{3a\cos^2 t\sin^3 t}$

5、经过点（0，2，4）且与 $x+2z=1$ 和 $y-3z=2$ 平行的直线为（　　）

（A）$\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-4}{1}$；　　（B）$\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-4}{1}$；

（C）$\dfrac{x}{-3}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-4}{1}$；　　（D）$\dfrac{x}{-3}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-4}{-1}$

三、计算下列各题（每题 8 分，共 64 分）

1、计算积分 $\int \arccos x \, \mathrm{d}x$

2、计算积分 $\int_0^4 \dfrac{x+2}{\sqrt{2x+1}} \, \mathrm{d}x$

3、设 $x^2+y^2+z^2-2z=0$ ，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

4、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{x^n}{n}$ 的收敛半径和收敛域.

5、求曲面 $x^2+2y^2+3z^2=21$ 上平行于平面 $x+4y+6z=0$ 的切平面方程.

6、计算 $\iint\limits_{\substack{0\le x\le\pi \\ 0\le y\le\pi-x}} |\cos(x+y)| dxdy$.

7、计算曲线积分 $\int_L e^x(1-\cos y)dx-e^x(2-\sin y)dy$，其中 L 为沿 $y=\sin x$ 从 O(0,0) 到 A$(\pi,0)$ 的一段弧.

8、计算$\iint\limits_{\Sigma}(x^2-yz)dydz+(y^2-zx)dzdx+2zdxdy$，$\Sigma$是$z=1-\sqrt{x^2+y^2}$被$z=0$所截部分的上侧.

四、（10 分）证明不等式$\dfrac{\sin x}{x}>\dfrac{2}{\pi}$当$0<x<\dfrac{\pi}{2}$时成立.

五、（10 分）计算由椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$所围成的图形绕$y$轴旋转一周而成的立体的体积.

六、（10 分）求微分方程$y''-2y'-3y=3x-1$的通解.

七、（8 分）将函数$f(x)=\arctan x$展开成x的幂级数.

八、（8 分）设函数$f(x)$在闭区间[0，1]上的每个x都有 0<$f(x)$<1，且$f'(x)\neq 1$，证明：在（0，1）内有且仅有一个x，使$f(x)=x$.