

华中农业大学二〇〇八年硕士研究生入学考试
试 题 纸

课程名称: 608 数学

第 1 页 共 4 页

注意: 所有答案必须写在答题本上, 不得写在试题纸上, 否则无效。

一、 填空题 (共 44 分, 每小题 4 分, 只写答案在答题本上)

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x^2}}{x} \int_0^x t^2 e^{t^2} dt = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 设 $f(x)$ 在 $x=1$ 连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1$, 则 $f'(1) = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 设 $f(x)$ 任意阶可导, 且 $f'(x) = e^{-f(x)}$, $f(0) = 1$, 则 $f''(0) = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 函数 $f(x) = \int_0^x (1-2t)dt$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

5. 设曲线 $L: \begin{cases} z = x^2 + 2y^2 \\ z = 6 - 2x^2 - y^2 \end{cases}$, 则 L 在 xoy 面上的投影曲线为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

6. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y}$ 所确定的函数, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. 设 $y = f(x)$ 在点 x 处的改变量 $\Delta y = \frac{x(\Delta x)}{\sqrt{1+x^2}} + o(\Delta x)$, 其中 $o(\Delta x)$ 是当

$\Delta x \rightarrow 0$ 时比 Δx 高阶的无穷小量, 且 $f(0) = 1$, 则 $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}.$

8. 微分方程 $(1+y^2)xdx + (1+x^2)ydy = 0$ 的通解是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

9. 设 A 为三阶方阵, B 为四阶方阵, 且 $|A| = 1, |B| = -2$, 则 $|B|A| = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. 设随机变量 $X \sim N(2, \sigma^2)$, 且 $P(2 < X \leq 4) = 0.3$, 则 $P(X \leq 0) = \underline{\hspace{2cm}}.$

11. 曲线 $y = xe^{\frac{1}{x^2}}$ 的渐近线是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

华中农业大学二〇〇八年硕士研究生入学考试
试 题 纸

课程名称: 608 数学

第 2 页 共 4 页

注意: 所有答案必须写在答题本上, 不得写在试题纸上, 否则无效。

二、选择题 (四选一, 共 20 分, 每小题 4 分, 所选字母写在答题本上)

12. 已知函数 $f(x)$ 具有任意阶导数, 且 $f'(x)=[f(x)]^2$, 则当 n 为大于 2 的正整数时, $f(x)$ 的 n 阶导数 $f^{(n)}(x)$ 是 ()。

A. $n! [f(x)]^{n+1}$; B. $n[f(x)]^{n+1}$; C. $[f(x)]^{2n}$; D. $n! [f(x)]^{2n}$ 。

13. 已知 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{(x-a)^2} = -1$, 则在 $x=a$ 处 ()。

A. $f(x)$ 导数存在且 $f'(a) \neq 0$; B. $f(x)$ 取极大值;

C. $f(x)$ 取极小值; D. $f(x)$ 导数不存在。

14. 设 $f(x, y) = y \ln x + x^2 \arcsin \frac{2+y}{1+xy}$, 则 $f_x(2, -2) = ()$ 。

A. 0; B. 1; C. -1; D. -0.5。

15. 设 A 是正交矩阵, 则下列结论中不正确的是 ()

A. $A^{-1} = A^T$; B. A 的行 (或列) 向量是两两正交的单位向量;

C. $|A| = 1$ 或 -1 ; D. A 的特征值为 1 或 -1 。

16. 设 X 与 Y 是两个随机变量, 若 $E(XY) = (EX)(EY)$ 成立, 则下列结论中肯定正确的是 ()

A. X 与 Y 相互独立; B. X 与 Y 不相互独立;

C. $D(XY) = (DX)(DY)$; D. $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$ 。

课程名称: 608 数学

注意: 所有答案必须写在答题本上, 不得写在试题纸上, 否则无效。

三、计算题 (共 81 分, 每小题 9 分, 在答题本上写出解题步骤)

17. 计算 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$.

18. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1}, & x \geq 0 \\ \frac{1}{1+e^x}, & x < 0 \end{cases}$, 计算 $\int_0^2 f(x-1) dx$.

19. 计算 $\iint_D x^2 e^{-y^2} dx dy$, 其中 D 是以 $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 1)$ 为顶点的三角形.

20. 已知 $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x^2 - y^2}{x}$, $(x > 0)$, 且当 $x=e$ 时, $z = f(x, y) = y^2$, 求 $f(x, y)$.

21. 计算由曲线 $x = y^2 - 4$, $x + 3y = 0$ 所围的面积.

22. 设矩阵 A 满足 $A^*BA = 2BA - 8I$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, I 是三阶单位矩阵.

阵, A^* 是 A 的伴随矩阵, 求矩阵 B .

23. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 当常数 k_1, k_2 满足什么条件时, 向量组 $k_1\alpha_1 - \alpha_2$,

$k_2\alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$ 也线性无关.

24. 某次考试有 85 道选择题, 每题 4 个选择答案, 只有一个正确, 若需通过这次考试, 必须答对 51 题以上. 试求某人靠运气能通过这次考试的概率.

25. 设随机变量 X 与 Y 相互独立且服从相同的 $(0-1)$ 分布, 即 X 与 Y 的

分布律都是 $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$, 设随机变量 $U = \max(X, Y)$, $V = \min(X, Y)$, 求 U 与 V

的联合分布律.

华中农业大学二〇〇八年硕士研究生入学考试
试 题 纸

课程名称：608 数学

第 4 页 共 4 页

注意：所有答案必须写在答题本上，不得写在试题纸上，否则无效。

四、证明题（5 分，在答题本上写出解题步骤）

26. 若 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上有三阶导数，且 $f(0) = f(1) = 0$ ，设 $F(x) = x^3 f(x)$ ，

证明在 $(0, 1)$ 内至少存在一个 ξ 使 $F''(\xi) = 0$ 。