

专业：

科目：量子力学

方向：

一、设粒子处在一维无限深方势阱中运动，如果粒子的状态由波函数 $\psi(x) = \frac{4}{\sqrt{a}} \sin \frac{\pi x}{a} \cos^2 \frac{\pi x}{a}$ 描述，求粒子能量的可能值和相应的 n 率。(20 分)

二、某量子体系的能量算符为

$$H = \frac{5}{3} a^+ a + \frac{2}{3} (a^2 + a^{+2})$$

其中

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} (q + ip), a^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (q - ip)$$

p, q 满足基本对易式

$$[q, p] = qp - pq = i$$

即

$$p = -i \frac{d}{dq}$$

试求 H 的本征值谱以及基态波函数 $\psi_0(q)$ (20 分)

三、已知二阶矩阵 A, B 满足下列关系

$$A^2 = 0, AA^+ + A^+A = 1, B = A^+A$$

试证明 $B^2 = B$ ，并在 B 表象中求出矩阵 A, B (20 分)

四、哈密顿在 H_0 表象中的矩阵为

$$\begin{bmatrix} E_1^{(0)} + a & b \\ b & E_2^{(0)} + a \end{bmatrix}$$

其中 a, b 为实数。(20 分)

a. 用微扰方法求能量至二级修正值。

b. 直接求能量，并和(a)所得结果比较。

五、用波恩近似法求粒子在势能为

$$U(r) = \begin{cases} \frac{ze^2}{r} - \frac{r}{b}, & \text{当 } r < a \\ 0, & \text{当 } r > a \end{cases}$$

的场中散射的微分散射截面，式中 $b = \frac{a^2}{ze^2}$ (20 分)