

试卷编号:

试题编号:

2002 年中国地质大学研究生院

应用数学

专业研究生入学考试 数学分析

题号 得 分 数

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
总分	

装

订

线

阅 卷 人: (请按题号
签名)

1、
2、
3、
4、
5、
6、
7、
8、
9、
10、

1. (本题满分 6 分)

$$\text{计算 } \int \frac{dx}{1+4\cos x}$$

2. (本题满分 6 分)

$$\text{设 } f''(u) \text{ 存在, } y = f(x+y), \text{ 求 } \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}.$$

3. (本题满分 6 分)

$$\text{已知 } \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \quad a \neq \pm\infty, \quad y_n = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}, \text{ 用定义证明: } \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a.$$

4. (本题满分 6 分)

$$\text{求 } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$$

5. (本题满分 6 分)

$$\text{已知 } x < 0, \text{ 求证: } \frac{1}{x} + \frac{1}{\ln(1-x)} < 1.$$

6. (本题满分 6 分)

$$\text{判别级数 } \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln n}} \text{ 的敛散性.}$$

7. (本题满分 6 分)

$$\text{举例说明在 } [0, +\infty) \text{ 上, } f_n(x) \text{ 一致收敛到 } f(x), \text{ 但 } \int_0^{+\infty} f_n(x) dx \neq \int_0^{+\infty} f(x) dx.$$

8. (本题满分 6 分)

$$\text{求 } \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 (1-x^2)^n dx$$

9. (本题满分 6 分)

$$\text{设函数 } f(x) \text{ 在 } [0,1] \text{ 上连续, } f(0)=0; \text{ 在 } (0,1) \text{ 中, } |f'(x)| \leq f(x).$$

$$\text{证明: } f(x) \equiv 0.$$

10. (本题满分 10 分)

$$\text{设 } \oint_{x^2+y^2=R^2} \frac{ydx - xdy}{(x^2 + xy + y^2)^2}, \text{ 求 } \lim_{R \rightarrow +\infty} |I_R|$$

12. (本题满分 12 分)

讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$ 的收敛区间和一致收敛区间.

13. (本题满分 14 分)

$$\text{设函数 } f(x) \text{ 在 } [0,1] \text{ 上连续, 求证: } \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^1 t e^{-t^2 x^2} f(x) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} f(0).$$

$$(\text{已知: } \int_0^{+\infty} e^{-u^2} du = \frac{\sqrt{\pi}}{2}.)$$