310

试卷密号：

题号	得分数
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
总分	

人：（请按题号顺序签名）

1、
2、
3、
4、
5、
6、
7、
8、
9、
10、
11、
12、

注：评卷与登分必须用红笔.

试卷密号：

试题编号：

2003 年中国地质大学研究生院

规定学科 专业研究生入学考试 高等数学（统考） 试题

1、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分. 把答案填在题中横线上）

(1) 设 $f(x)=\int_0^x(3t^2+2t+1)dt$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x-h)}{h}=$______.

(2) 设 $f(\pi)=2$，$\int_0^\pi[f(x)+f''(x)]\sin x dx=5$，则 $f(0)=$______.

(3) 设函数 $y=y(x)$ 由 $\begin{cases}x=3t^2+2t+3\\ e^y\sin t-y+1=0\end{cases}$ 所确定，则 $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=0}=$______.

(4) 设一平面经过原点及点 $(5,-2,1)$，且与平面 $3x-y+z=4$ 垂直，则此平面方程为______.

(5) 微分方程 $xy'+y=xe^x$ 的通解为______.

(6) 函数 $f(x)=\ln x-\frac{x}{e}+\int_0^1 e^{t^2}dt$ 在 $(0,+\infty)$ 内的零点个数为______.

2、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分. 每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

(1) $f(x)=\int_0^{\sin^2 x}\tan t^2 dt$，$g(x)=x^4+x^3$，当 $x\to 0$ 时，$f(x)$ 是 $g(x)$ 的

(A) 高阶无穷小 (B) 低阶无穷小 (C) 等价无穷小 (D) 同阶但非等价无穷小 【 】

(2) 设 $f(x)$ 二阶可导，且满足 $f''(x)+[f'(x)]^2=x$，$f'(0)=0$，则

(A) $f(0)$ 是极大值 (B) $f(0)$ 是极小值

(C) $(0,f(0))$ 是拐点 (D) $f(0)$ 不是极值，$(0,f(0))$ 也不是拐点 【 】

(3) 函数 $z=1-x^2-y^2$ 在点 $M(\frac{\sqrt2}{2},\frac{\sqrt2}{2})$ 处沿曲线 $x^2+y^2=1$ 内法向的方向导数为

(A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0 【 】

(4) 积分 $\int_0^{\sqrt2}dx\int_0^{\sqrt{2-x^2}}(x^2+y^2)dy$

(A) 0 (B) $\pi/4$ (C) $\pi/2$ (D) π 【 】

(5) 设 α 是正常数，则级数 $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n\alpha}{\sqrt n+(-1)^n}$

(A) 发散 (B) 条件收敛 (C) 绝对收敛 (D) 敛散性与 α 有关 【 】

(6) 设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 能被向量组 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t$ 线性表示，则

(A) $s<t$ (B) $s\le t$ (C) $s\ge t$ (D) 以上情况都有可能 【 】

3、（本题满分 16 分）(1) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\arcsin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$；　(2) $\int \dfrac{dx}{1+\sqrt{1-x^2}}$

4、（本题满分 10 分）设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\varphi(x)-\cos x}{x}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$，其中 $\varphi(x)$ 具有二阶连续导数，且 $\varphi(0)=1$，$\varphi'(0)=0$。(1) 确定 a 的值，使 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续；(2) 讨论 $f'(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性.

5、（本题满分 10 分）设连续函数 $f(x)$ 满足关系式 $f(x)=e^x-\int_0^x tf(x-t)dt$，求 $f(x)$.

6、（本题满分 10 分）设幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x+1)^n}{n\cdot 2^n}$，指出收敛区间，并求其和函数.

7、（本题满分 10 分）设 $z=yf(x+y, xy)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

8、（本题满分 10 分）设矩阵　$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & -1\\ 2 & 2 & -2\end{pmatrix}$

满足 $A^*X+4A^{-1}=A-X$，其中 A^* 为 A 的伴随矩阵，求 X.

9、（本题满分 10 分）求由 $x^2+y^2\le 2x$ 与 $y\ge x$ 所围成平面图形绕直线 $x=2$ 旋转一周所得旋转体的体积.

10、（本题满分 10 分）已知 $\xi_1=(-1, 5, -9)$，$\xi_2=(0, 0, 2)$ 是方程组

$$\begin{cases}a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3=a_4\\ 3x_1+5x_2+2x_3=4\\ 9x_1+4x_2+1x_3=2\end{cases}$$

的两个解，求此方程的通解，并说明理由.

11、（本题满分 16 分）(1) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，在 (a, b) 内可导，$f(a)=f(b)=1$。试证：$\exists\xi, \eta\in(a, b)$，使 $e^{\eta-\xi}[f(\eta)+f'(\eta)]=1$

(2) 设 $1\le x<+\infty$ 时，$0<f'(x)<\dfrac{1}{x^2}$，证明：极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ 存在.

共1页
第1页

注：①答题必须用蓝黑墨水书写　②题与题之间不留空格间隔
③答题必须写在答题纸上 [illegible]