

华中科技大学

二〇〇二年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目: 数学(单)

适用专业: 文经

(除画图题外, 所有答案都必须写在答题纸上, 写在试题上及草稿纸上无效, 考完后试题随答题纸交回)

一. 填空题 (每小题 3 分, 共 36 分)

(1) 已知 $f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x \geq 2 \\ x^2, & x < 2 \end{cases}$ $g(x) = e^x$, 则 $g[f(x)] =$ _____.

(2) 设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ x^2 + x, & x > 0 \end{cases}$ 则 $f(-x) =$ _____.

(3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) =$ _____.

(4) 设 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - x - 2} = 2$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

(5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+1} \right)^{2x-1} =$ _____.

(6) 已知 $y = \frac{3}{2}(1 - \sqrt[3]{1+x^2})^2 + 3 \ln(1 + \sqrt[3]{1+x^2})$, $y' =$ _____.

(7) $\int_{-1}^1 (x + \sqrt{1-x^2})^2 dx =$ _____.

(8) 由曲线 $y = x + \frac{1}{x}$, $x = 2$, $y = 2$ 所围图形的面积 $S =$ _____.

(9) 微分方程 $xy' = xe^x + y$ 的通解为 _____.

(10) 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$, 且 $AB = A + 2B$, 则 $B = \underline{\hspace{10em}}$

(11) 过点 $(2, -2, 5)$ 且与平面 $2x+4y+2z=7$ 平行的平面方程 $\underline{\hspace{10em}}$.

(12) 设 $(1, 2, 0), (2, \lambda, 0), (0, 1, \lambda)$ 线性相关, 则 $\lambda = \underline{\hspace{10em}}$.

二. (8分) 已知 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+x e^{nx}}{1+e^{nx}}$, 讨论 $f(x)$ 的间断点及其类型.

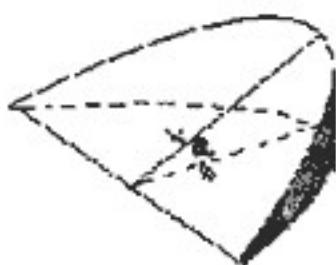
三. (8分) 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $2y^3 - 2y^2 + 2xy - x^2 = 1$ 所确定. 试求 $y = y(x)$ 的驻点, 并判定它是否为极值点.

四. (8分) 求函数 $y = 1 + \sqrt[3]{x}$ 的零点, 拐点, 指出它的凹凸性, 并画出简图.

五. (8分) 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{y - \sqrt{x^2 + y^2}}{x}$ 的通解.

六. (8分) 利用指数函数的泰劳展开公式, 计算 \sqrt{e} 的近似值, 并估计误差.

七. (8分) 设一正椭圆柱体, 其底面的长、短轴分别为 $2A, 2B$. 用过此柱体底面的短轴且与底面成 a 角 ($0 < a < \frac{\pi}{2}$) 的平面截此柱体, 得一楔形体, 求此楔



形体的体积.

八. (8分) 设 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$, 求 A 和 $I + A^T$ 的特征值.

九. (8分) 求一个正交变换, 化二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 + 3x_3^2$ 为标准形.