

华中科技大学

二〇〇四年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目: 量子力学

适用专业: 光学工程、物理电子学

(除画图题外, 所有答案都必须写在答题纸上, 写在试题上及草稿纸上无效, 考完后试题随答题纸交回)

说明: 共 6 道题, 每题 25 分, 总计 150 分。

一、计算下列对易关系:

(1) $[\hat{p}_x, e^{\alpha x}]$ ($\alpha > 0$ 且为实数)

(2) 设 $\hat{L}_{\pm} = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y$, \hat{L}^2 是轨道角动量平方, 计算 $[\hat{L}^2, \hat{L}_{\pm}]$ 和 $[\hat{L}_z, \hat{L}_{\pm}]$

二、粒子在宽为 a 的一维无限深势阱 $u(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & x \leq 0, x \geq a \end{cases}$ 中运动, 求:

(1) 粒子的能级和归一化波函数;

(2) 粒子的动量和坐标的分布几率;

(3) 粒子的坐标和动量的平均值和他们的涨落。

三、厄密算符 \hat{A} 与 \hat{B} 满足关系式: $\hat{A}^2 = \hat{B}^2 = 1$, $\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = 0$, 求:

(1) 在 A 表象中 \hat{A} 与 \hat{B} 的矩阵表示, 并求 \hat{B} 的本征函数表达式;

(2) 在 B 表象中 \hat{A} 与 \hat{B} 的矩阵表示, 并求 \hat{A} 的本征函数表达式;

(3) \hat{A} 表象到 \hat{B} 表象的么正变换矩阵的表达式。

四、利用测不准关系 $\overline{(\Delta x)^2} \cdot \overline{(\Delta p_x)^2} \geq \frac{\hbar^2}{4}$, 估计谐振子的基态能量。

五、设一微观体系的哈密顿 $H = H_0 + H'$, 其中 H' 为微扰。在一个由正交归一函数作为基的表象中,

$$H_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad H' = \begin{bmatrix} 0 & c & 0 \\ c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

其中 c 为常数,

- (1) 求 H 的精确本征值;
- (2) 求 H 的准确到微扰的二级修正的本征值;
- (3) 比较 (1) 和 (2) 的结果, 指出其间关系。

六、粒子的自旋为 $\frac{1}{2}$, \hat{s}_y 和 \hat{s}_z 是自旋在 y 轴和 z 轴上的分量算符。求:

- (1) $A\hat{s}_y + B\hat{s}_z$ (A 、 B 均为实数) 的本征值和归一化波函数;
- (2) 假设体系处在向上的本征态中, 测得 s_y 得到 $\frac{\hbar}{2}$ 的几率是多少?